

Das Verhalten elektromagnetischer Wellen in stark inhomogenen Leitungselementen.

Von H. MEINKE, München.

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 1. Juni 1950.)

Die erheblichen theoretischen Schwierigkeiten bei der Behandlung der Wellenausbreitung in stark inhomogenen Leitungen führen dazu, daß unsere Kenntnisse auf diesem Gebiet immer noch relativ gering sind. In einfacheren Fällen kann man auf meßtechnischem Wege das Verhalten solcher Schaltelemente studieren, jedoch sind viele wichtige Probleme (z. B. Leitungsvierpole mit vorgeschriebenem Frequenzverhalten) noch praktisch ungelöst, weil sie eine exakte Vorausberechnung erfordern und die Meßtechnik dabei nur noch Restkorrekturen an einem bereits weitgehend funktionsfähigen Gebilde zu liefern vermag. Zur theoretischen Durchdringung dieses Gebietes erscheint es zunächst erforderlich, gewisse allgemeingültige physikalische Anschauungen über das Verhalten der auftretenden Wellenfelder zu gewinnen. In [1] bis [4] wurde bewiesen, daß man zahlreiche Wellenfelder auf Wellenfelder zwischen parallelen leitenden Ebenen mit ortsabhängigem Dielektrikum zurückführen und dadurch zusammenfassend behandeln kann. Im folgenden soll nun die wichtigste, aus dieser Theorie resultierende Erscheinung erörtert werden.

I. Gekrümmte Wellenbahnen.

Abb. 1 zeigt als einfaches Beispiel eine Einbuchtung in zwei sonst parallelen leitenden Ebenen, die senkrecht zur Zeichenebene stehen. Eingezeichnet sind die statischen elektrischen Feldlinien und Äquipotentiallinien, die bestehen, wenn zwischen den Platten eine Gleichspannung liegt. Zwischen diesen Platten soll eine elektromagnetische Welle des einfachsten Typs laufen, deren Ausbreitungsrichtung überall parallel zur Zeichenebene liegt. In [1] wurde gezeigt, daß dann bei nicht zu hohen Frequenzen auch im Wellenfeld die elektrischen Feldlinien noch hinreichend genau mit den statischen Feldlinien übereinstimmen. Weil die magnetischen Feldlinien stets senkrecht zur Zeichenebene stehen, ist dann der POYNTINGSche Vektor die Tangente der Äquipotentiallinien. Die elektrischen Feldlinien sind also in sehr anschaulicher Weise die Wellenfronten und die Äquipotentiallinien geben den Weg, längs dessen sich die einzelnen Teile der Wellenfront zwischen den begrenzenden Leitern ausbreiten. Dieser einfache Zustand besteht jedoch nur näherungsweise, da im inhomogenen Wellenfeld auch Komponenten der elektrischen Feldstärke senkrecht zu den statischen Feldlinien bestehen können, die mit wachsender Frequenz wachsen. In [1] wurde bewiesen, daß solche „Längskomponenten“ des elektrischen Feldes dann auftreten, wenn der (in Abb. 1 mit dz^* bezeichnete) Abstand zweier benachbarter Feldlinien längs der Feldlinie nicht konstant ist. Die Bedingung veränderlichen Feldlinienabstandes ist gleichbedeutend mit der Tatsache, daß

in solchen Bereichen die Äquipotentiallinien (d. h. die angenäherten Bahnen der Wellenausbreitung) gekrümmt sind. Man kann die anschauliche Regel aufstellen, daß die Tendenz zur Bildung von Längskomponenten in jedem Raumpunkt etwa proportional zu der in diesem Punkt bestehenden Krümmung der Äquipotentiallinien ist, wobei die begrenzenden idealen Leiter dieser Tendenz entgegenwirken, da an ihren Oberflächen keine Längskomponenten der elektrischen Feldstärke bestehen können. Mit wachsender Frequenz wird das Verhältnis des Leiterabstandes zur Wellenlänge immer größer, die Führung der Welle

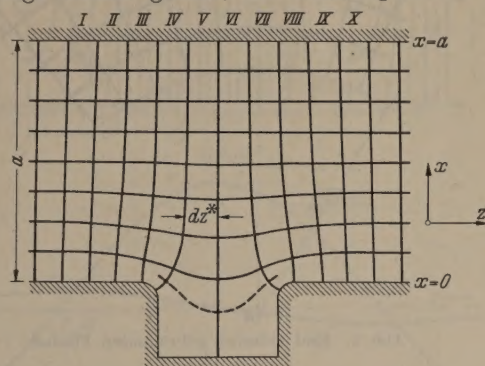


Abb. 1. Ebene mit Einbuchtung.

durch die leitenden Begrenzungen immer lockerer, so daß die Tendenz zur Bildung von Längskomponenten sich immer mehr durchsetzen kann. Dies führt schließlich sogar zur Entstehung von Nebenwellen mit Hohlleitercharakteristik. Die technische Anwendung muß zur Erzielung von eindeutiger Wellenausbreitung normalerweise diese Nebenwellen vermeiden, so daß es ausreicht, zunächst Lösungen zu suchen, bei denen das Verhältnis des Leiterabstandes zur Wellenlänge klein ist. Dies gibt die Berechtigung für die Ansätze (15) bis (17) und (32) bis (34).

II. Die konforme Abbildung der gekrümmten Bandleitung.

Die Entstehung der Längskomponenten soll zuerst an einem einfachen, exakt lösbaren Beispiel untersucht werden. Es wird daher das Wellenfeld zwischen Flächen konstanter Krümmung nach Abb. 2 berechnet. Eine Lösungsmöglichkeit mit Hilfe von Zylinderfunktionen ist in [5] angedeutet, führt jedoch zu komplizierten und schwer auswertbaren Ergebnissen. Einfacher erscheint die in [1] entwickelte Methode, bei der die gekrümmte Leitung der Abb. 2 konform auf eine Leitung aus zwei parallelen leitenden Ebenen mit dem Abstand a abgebildet wird. Die radialen elektrischen Feldlinien und die kreisförmigen Äquipotentiallinien der Abb. 2 gehen dann in die Geraden

$x = \text{const}$ parallel zu den Ebenen und $z = \text{const}$ senkrecht zu den Ebenen über (gewöhnliches rechtwinkliges Koordinatensystem). Dem Punkt P^* mit dem Abstand r von der Achse entspricht im transformierten System der Punkt P mit der Koordinate

$$x = a \frac{\ln r/R}{\ln(R+a)/R}. \quad (1)$$

Dem Abstand dr benachbarter Äquipotentiallinien in Abb. 2 entspricht der Abstand dx . Nach (1) ist

$$dr = \frac{R}{a} \ln \frac{R+a}{R} \cdot \left(\frac{R+a}{R}\right)^{x/a} \cdot dx = K(x) \cdot dx. \quad (2)$$

Der Abstand dz^* benachbarter Feldlinien in Abb. 2 beträgt $dz^* = K(x) \cdot dz$, wobei dz der entsprechende

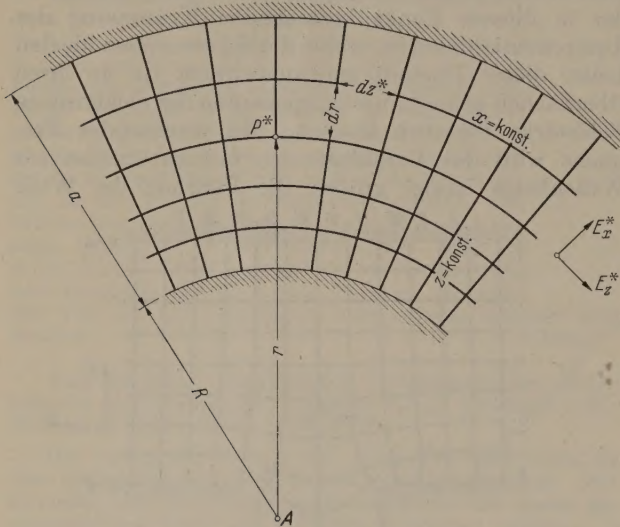


Abb. 2. Feld zwischen gekrümmten Flächen.

Abstand im transformierten System ist. Damit das Wellenfeld zwischen den parallelen Ebenen (Abb. 4) genau dem Wellenfeld zwischen den gekrümmten Leitern (Abb. 2 und 3) entspricht, muß dann dem Medium zwischen den Ebenen eine Permeabilität μ zuerteilt werden. Nach [1, Gl. (9)] folgt aus (2)

$$\mu = K^2 = \left(\frac{R}{a} \ln \frac{R+a}{R}\right)^2 \cdot \left(\frac{R+a}{R}\right)^{2x/a}. \quad (3)$$

Zur Lösung der Wellengleichungen ist es zweckmäßig, die x -Abhängigkeit des μ nach [1, Gl. (22)] durch cos-Funktionen auszudrücken, also eine FOURIER-Analyse des μ durchzuführen:

$$\mu = \mu_0 + \mu_1 \cos \frac{\pi x}{a} + \mu_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + \mu_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \quad (4)$$

Die FOURIER-Koeffizienten μ_n lauten:

$$\mu_0 = \frac{R}{a} \left(1 + \frac{a}{2R}\right) \cdot \ln \frac{R+a}{R} \approx 1, \quad (5)$$

für ungeradzahlige n

$$\mu_n = 2 \left(\frac{R}{a}\right)^2 \left[1 + \frac{a}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{R}\right)^2\right] \times \left. \begin{aligned} &\times \frac{\left(\ln \frac{R+a}{R}\right)^3}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2 + \left(\ln \frac{R+a}{R}\right)^2} \approx \frac{0,7}{n^2} \frac{a}{R}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

für geradzahlige n

$$\mu_n = 2 \frac{R}{a} \left(1 + \frac{a}{2R}\right) \times \left. \begin{aligned} &\times \frac{\left(\ln \frac{R+a}{R}\right)^3}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2 + \left(\ln \frac{R+a}{R}\right)^2} \approx \frac{0,7}{n^2} \left(\frac{a}{R}\right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Die angegebenen Reihen gestatten eine einfache Abschätzung der μ_n für kleineres a/R . Die μ_n sinken etwa mit $1/n^2$ und sind für geradzahlige n noch besonders klein.

III. Die Wellengleichungen der gekrümmten Bandleitung.

Es gibt eine Komponente der elektrischen Feldstärke senkrecht zu den leitenden Ebenen (Abb. 4) (komplexe Amplitude \mathfrak{E}_x) und eine Komponente parallel zu den leitenden Ebenen (komplexe Amplitude \mathfrak{E}_z), eine Komponente der magnetischen Feldstärke senkrecht zur Zeichenebene (komplexe Amplitude \mathfrak{H}_y). Da das μ nicht von z abhängt, ist die Leitung in der z -Richtung homogen. Es ist also eine rein fortschreitende Welle zwischen den Ebenen möglich, die im folgenden ausschließlich betrachtet wird, weil sie formelmäßig besonders einfach ist, aber alle wesentlichen Erscheinungen zeigt. Die z -Abhängigkeit der Komponenten ist dann durch einen Faktor $\exp(j2\pi z/\lambda^*)$ gegeben. $\lambda =$ Wellenlänge im freien Raum; $\lambda^* =$ Wellenlänge zwischen den Ebenen. Die x -Abhängigkeit der Komponenten wird wie in [1, Gl. (19) bis (21)] durch trigonometrische Funktionen mit konstantem \mathfrak{U}_n beschrieben. Die Ansätze

$$\mathfrak{E}_x = j \frac{2\pi}{\lambda^*} \left(\mathfrak{U}_0 + \mathfrak{U}_1 \cos \frac{\pi x}{a} + \dots + \mathfrak{U}_n \cos \frac{n\pi x}{a} + \dots \right) \cdot \exp(j2\pi z/\lambda^*), \quad (8)$$

$$\mathfrak{E}_z = \frac{\pi}{a} \left(\mathfrak{U}_1 \sin \frac{\pi x}{a} + \dots + n \mathfrak{U}_n \sin \frac{n\pi x}{a} + \dots \right) \cdot \exp(j2\pi z/\lambda^*), \quad (9)$$

$$\mathfrak{H}_y = -j\omega \Delta_0 \left(\mathfrak{U}_0 + \mathfrak{U}_1 \cos \frac{\pi x}{a} + \dots + \mathfrak{U}_n \cos \frac{n\pi x}{a} + \dots \right) \cdot \exp(j2\pi z/\lambda^*) \quad (10)$$

erfüllen die Grenzbedingungen und die Feldgleichungen. Setzt man (4) und (8) bis (10) in die Wellengleichung [1, Gl. (5a)]

$$j\omega \Pi_0 \mu \mathfrak{H}_y = \partial \mathfrak{E}_z / \partial x - \partial \mathfrak{E}_x / \partial z \quad (11)$$

ein und ordnet die Glieder nach gemeinsamen Faktoren $\cos n\pi x/a$ wie in [1, Gl. (26) bis (30)], so müssen die Koeffizienten mit gleichem cos-Faktor auf beiden Seiten jeder Gleichung gleich sein. Dadurch erhält man ein System von Gleichungen zur Bestimmung der \mathfrak{U}_n und des λ^* . Die von cos freien Glieder geben:

$$\mu_0 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_0} \mu_1 + \dots + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{U}_n}{\mathfrak{U}_0} \mu_n + \dots = \left(\frac{\lambda}{\lambda^*}\right)^2. \quad (12)$$

Die mit $\cos \pi x/a$ behafteten Glieder geben:

$$\mu_1 + \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_0} \mu_0 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{U}_0} \mu_1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_0} \mu_2 + \dots = \left[\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda^*}\right)^2 \right] \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_0} \quad (13)$$

usw. allgemein die mit $\cos n\pi x/a$ behafteten Glieder:

$$\mu_n + \frac{\mathfrak{U}_n}{\mathfrak{U}_0} \mu_0 + \dots = \left[\left(\frac{n\lambda}{2a} \right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda^*} \right)^2 \right] \frac{\mathfrak{U}_n}{\mathfrak{U}_0}. \quad (14)$$

(13) dient zur Bestimmung des λ^* , die weiteren zur Berechnung der $\mathfrak{U}_n/\mathfrak{U}_0$. Das \mathfrak{U}_0 bleibt ein frei verfügbarer Faktor, der die Amplitude des gesamten Vorgangs beschreibt. Das Gleichungssystem läßt sich lösen durch die Reihen

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda^*} \right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left[\mu_0 + K_1 \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 + K_2 \left(\frac{a}{\lambda} \right)^4 + \dots \right], \quad (15)$$

$$\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_0} = 4 \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \left[\mu_1 + a_{11} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 + a_{12} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^4 + \dots \right], \quad (16)$$

usw. allgemein

$$\frac{\mathfrak{U}_n}{\mathfrak{U}_0} = \frac{4}{n^2} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \left[\mu_n + a_{n1} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 + a_{n2} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^4 + \dots \right]. \quad (17)$$

Setzt man dies in obige Gleichungen ein und ordnet die Glieder nach gleichen Faktoren $(a/\lambda)^{2m}$, so müssen die Koeffizienten mit gleichem Faktor $(a/\lambda)^{2m}$ auf beiden Seiten jeder Gleichung gleich sein. Daraus entstehen Gleichungen für die K_n und a_{nm} , die lösbar sind.

IV. Das Wellenfeld der schwach gekrümmten Bandleitung.

Mit den Einschränkungen

$$a/R < 0,4 \quad \text{und} \quad a/\lambda < 0,3 \quad (18)$$

sind alle auftretenden Reihen sogar so gut konvergent, daß man sich jeweils auf das erste Reihenglied beschränken kann, ohne dem Endresultat einen meßbaren Fehler zu geben. Extrem starke Krümmung und extrem hohe Frequenzen sind also im folgenden ausgeschlossen, um die wichtigen Resultate in einfachster Form zu erhalten. Da die μ_n nach (6) und (7) den Faktor $1/n^2$ enthalten, sinken die \mathfrak{U}_n etwa mit $1/n^4$. Da bereits μ_2 sehr klein ist, sind die \mathfrak{U}_n mit $n > 1$ neben \mathfrak{U}_0 und \mathfrak{U}_1 zu vernachlässigen. Setzt man mit der Einschränkung (18) die Näherungen für μ_0 und μ_1 aus (5) und (6) ein, so wird einfach

$$\left. \begin{aligned} \mu_0 &\approx 1; & \mu_1 &\approx -0,7 \frac{a}{R}; \\ \mathfrak{U}_1 &\approx -2,8 \mathfrak{U}_0 \frac{a}{R} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2; & \lambda^* &\approx \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Für λ^* interessiert noch eine bessere Näherung mit Berücksichtigung des $K_1 \approx (a/R)^2$:

$$\lambda^* \approx \frac{\lambda}{\sqrt{1 + (a/R)^2 (a/\lambda)^2}}. \quad (20)$$

Auf einer geraden, völlig homogenen Leitung ist das Produkt von Wellenlänge und Frequenz (Phasengeschwindigkeit) nicht abhängig von der Frequenz. Aus (20) folgt, daß dieses Produkt auf der gekrümmten Bandleitung bei sehr hohen Frequenzen frequenzabhängig wird. Ein ähnliches Gesetz wurde von ABEL [6] für eine gekrümmte koaxiale Leitung durch Messung gewonnen, so daß angenommen werden kann, daß alle gekrümmten Leitungen eine derartige Frequenzabhängigkeit der Wellenlängen zeigen.

Für die Feldkomponenten (8) bis (10) folgt nach (19) als gute Näherung

$$\mathfrak{E}_x \approx j \frac{2\pi}{\lambda^*} \mathfrak{U}_0 \left[1 - 2,8 \frac{a}{R} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \cos \frac{\pi x}{a} \right] \exp(j 2\pi z/\lambda^*), \quad (21)$$

$$\mathfrak{E}_z \approx -\mathfrak{U}_0 \cdot 2,8 \frac{\pi}{R} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \exp(j 2\pi z/\lambda^*), \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{H}_y &\approx -j \omega \Delta_0 \mathfrak{U}_0 \times \\ &\times \left[1 - 2,8 \frac{a}{R} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \cos \frac{\pi x}{a} \right] \exp(j 2\pi z/\lambda^*) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

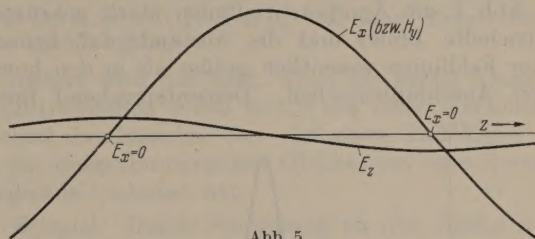
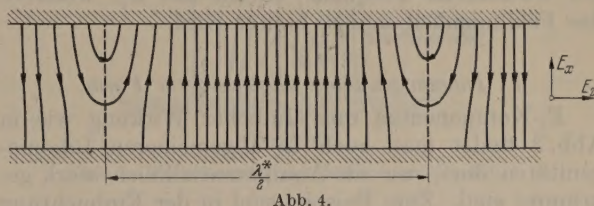
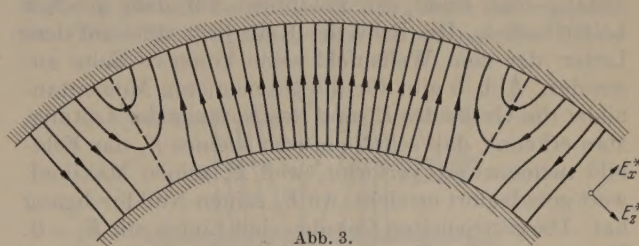


Abb. 3, 4 u. 5. Wellenfeld zwischen gekrümmten Flächen (3) mit konformer Abbildung (4) und Verlauf der Feldstärkekomponenten (5).

\mathfrak{E}_z wächst bei gegebenem \mathfrak{U}_0 in erster Näherung umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenz. Mit Hilfe von

$$\left| \frac{\mathfrak{E}_z}{\mathfrak{E}_x} \right| < 1,4 \frac{a}{\lambda} \frac{a}{R} \quad (24)$$

kann man die Mitwirkung des \mathfrak{E}_z im Wellenfeld grob abschätzen. Der Quotient λ^*/λ wird also nach (20) dann frequenzabhängig, wenn auch die Komponente \mathfrak{E}_z merkliche Größe annimmt. Wenn allgemein auf einer gekrümmten Leitung beliebigen Querschnitts ein frequenzabhängiges λ^*/λ gemessen wird, kann man daraus gewisse Schlüsse ziehen, in welchem Umfang Längskomponenten der elektrischen Feldstärke auf der Leitung wirksam sind, daß diese zum mindesten nicht mehr vernachlässigbar klein sind. Aus (21) und (22) kann man die reellen Momentanwerte E_x und E_z der Feldstärken gewinnen. Für reelles $\mathfrak{U}_0 = A_0$ ist z. B.

$$\left. \begin{aligned} E_x &= -\frac{2\pi}{\lambda^*} \cdot A_0 \left[1 - 2,8 \frac{a}{R} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \cos \frac{\pi x}{a} \right] \times \\ &\times \sin(\omega t + 2\pi z/\lambda^*), \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$E_z = -A_0 \cdot 2,8 \frac{\pi}{R} \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \cos(\omega t + 2\pi z/\lambda^*). \quad (26)$$

Die elektrischen Feldlinien sind Kurven $z=z(x,t)$, die dadurch festgelegt sind, daß $\partial z/\partial x = E_z/E_x$ ist. Abb. 4 zeigt ein Momentanbild der elektrischen Feldlinien für $a/R=0,4$ und $a/\lambda=0,2$. Dieses Wellenbild wandert mit Phasengeschwindigkeit längs der Leitung. Durch die in Abb. 2 dargestellte konforme Abbildung kann man das Wellenbild der Abb. 4 auf die gekrümmte Leitung der Abb. 3 übertragen. Während in der geradlinigen homogenen Leitung die elektrischen Feldlinien Geraden $z=\text{const}$ sind, bilden sich durch die Krümmung unter Wirkung der E_z -Komponenten charakteristische Keile von Feldlinien aus, in denen Anfang und Ende der Feldlinien auf dem gleichen Leiter landen. Die Basis des Keils liegt stets auf dem Leiter, der dem Wellenfeld seine konkave Seite zuwendet. Abb. 5 gibt für die gezeichneten Momentanbilder die Größe des E_x und des E_z längs der Leitung. Man erkennt, daß schon ein sehr kleines E_z das Feldbild nennenswert verformt, weil E_z seinen Maximalwert gerade dort erreicht, wo E_x seinen Nulldurchgang hat. Die gestrichelten Geraden sind Linien mit $E_x=0$. Mit wachsender Frequenz wächst das E_z , wodurch der Feldlinienkeil immer breiter wird.

V. Inhomogenitäten allgemeinerer Form.

E_z -Komponenten mit ähnlicher Wirkung wie in Abb. 3 findet man auch in allgemeineren Inhomogenitäten dort, wo die Äquipotentiallinien stark gekrümmt sind. Zum Beispiel sind in der Einbuchtung der Abb. 1 die Äquipotentiallinien stark gekrümmt (gestrichelte Linie) und die Abstände dz^* benachbarter Feldlinien wesentlich größer als in den homogenen Anschlußbereichen. Dementsprechend findet

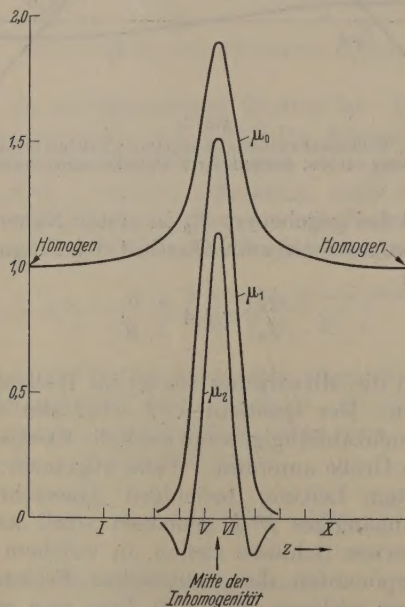


Abb. 6. Die μ_n zur Abb. 1. Die römischen Ziffern beziehen sich auf die entsprechend bezeichneten Feldstreifen zwischen benachbarten Feldlinien der Abb. 1.

man dort auch ein großes μ , das aber nicht nur von x , sondern auch von z abhängig ist. Die FOURIER-Koeffizienten μ_n aus (4) sind Funktionen von z und in Abb. 6 dargestellt, wobei das Gebilde der Abb. 1 auf das Feld zwischen zwei Ebenen mit dem Abstand a konform abgebildet worden ist. In homogenen Teilen ist daher $\mu_0=1$ und für $n>0$ das $\mu_n=0$. In der Inhomogenität zeigt μ_0 einen kleinen Anstieg und die μ_n

schmale Spitzen, deren Höhe und Breite mit wachsendem n abnehmen. Wegen der z -Abhängigkeit des μ ist die Leitung auch in der z -Richtung inhomogen und die z -Abhängigkeit der Feldkomponenten durch den allgemeinen Ansatz [1, Gl. (19) bis (21)] zu beschreiben:

$$\mathfrak{E}_x = \frac{\partial}{\partial z} \left[f_0(z) + f_1(z) \cos \frac{\pi x}{a} + \dots + f_n(z) \cos \frac{n\pi x}{a} + \dots \right] \quad (28)$$

$$\mathfrak{E}_z = \frac{\pi}{a} \left[f_1(z) \sin \frac{\pi x}{a} + \dots + n \cdot f_n(z) \sin \frac{n\pi x}{a} + \dots \right] \quad (29)$$

$$\mathfrak{H}_y = -j\omega\Delta_0 \left[f_0(z) + f_1(z) \cos \frac{\pi x}{a} + \dots + f_n(z) \cos \frac{n\pi x}{a} + \dots \right] \quad (30)$$

Die Wellengleichung (11) wird dadurch in ein System unendlich vieler Differentialgleichungen [1, Gl. (28) bis (30)] verwandelt, für die in [1] bis [3] einige Lösungsansätze diskutiert wurden. Da sich diese Lösungsverfahren meist als zu kompliziert erweisen, soll im folgenden ein weiteres Verfahren angegeben werden, das eine besonders einfache erste Näherung besitzt, aber gleichzeitig auch einen eindeutigen Weg für beliebige weitere Näherungen enthält (Rekursionsformeln). Die Form der Differentialgleichungen legt es nahe, die Koordinate z stets in der Kombination

$$z^* = \frac{2\pi z}{\lambda} \quad (31)$$

aufzutreten zu lassen, weil dadurch die Frequenz (Wellenlänge) weitgehend aus den Gleichungen verschwindet. Die restliche Frequenzabhängigkeit kann dann durch eine Reihenentwicklung der f_n nach $(a/\lambda)^2$ exakt beschrieben werden. Dieses Verfahren ist für die Praxis besonders günstig, weil für alle wirklich interessierenden Fälle a/λ wesentlich kleiner als 1 ist und solche Reihen daher sehr gut konvergieren. Ähnlich (16) und (17) ist

$$f_0 = f_{00}(z^*) + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \cdot f_{01}(z^*) + \dots + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{2m} \cdot f_{0m}(z^*) + \dots \quad (32)$$

$$f_1 = 4 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \left[f_{10}(z^*) + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \cdot f_{11}(z^*) + \dots + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{2m} \cdot f_{1m}(z^*) + \dots \right] \quad (33)$$

$$f_n = \frac{4}{n^2} \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \left[f_{n0}(z^*) + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \cdot f_{n1}(z^*) + \dots + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{2m} \cdot f_{nm}(z^*) + \dots \right] \quad (34)$$

Setzt man dieses in die Differentialgleichungen [1, Gl. (28) bis (30)] ein und ordnet die Glieder nach gleichen Faktoren $(a/\lambda)^{2m}$, so kann man jede Gleichung in ein System von Gleichungen für die f_{nm} aufspalten. Man erhält

$$f''_{00}(z^*) = -\mu_0(z^*) \cdot f_{00}(z^*) \quad (35)$$

als Bestimmungsgleichung für f_{00} . Dies ist die bekannte Wellengleichung einer Leitung mit ortsabhängigem Wellenwiderstand. Ferner direkt

$$f_{n0} = \mu_n f_{00}. \quad (36)$$

f_{01} erhält man aus dem durch (35) und (36) bekannten f_{00} und f_{n0} mit Hilfe von

$$\left. \begin{aligned} f_{01}'' - \mu_0 f_{01} &= -2\mu_1 f_{10} - \frac{1}{2}\mu_2 f_{20} - \frac{2}{9}\mu_3 f_{30} - \dots \\ &= -f_{00} \left(2\mu_1^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2 + \frac{2}{9}\mu_3^2 + \dots \right). \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Nachdem alle diese Funktionen berechnet sind, erhält man ohne Differentialgleichung:

$$f_{n1} = \mu_n f_{01} + \frac{4}{n^2} f_{n0}'' + \frac{4}{n^2} \mu_0 f_{n0} + \dots \quad (38)$$

Man kann alle Gleichungen so ordnen, daß jede außer einer einzigen unbekannten Funktion nur Funktionen enthält, die durch die vorhandenen Gleichungen schon bekannt sind, und dadurch systematisch alle f_{nm} gewinnen.

VI. Kurze Inhomogenitäten.

Wenn die inhomogene Stelle (Abb. 1) sowohl in x -Richtung wie in z -Richtung kurz gegen die Wellenlänge λ ist, konvergieren die Reihen in (32) bis (34) so gut, daß im Rahmen des praktisch Meßbaren nur noch das jeweils erste Reihenglied interessiert. Dann ist mit (36) nach Berechnung des f_{00} aus (35)

$$\mathfrak{E}_x = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ f_{00} \left[1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \left(4\mu_1 \cos \frac{\pi x}{a} + \mu_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + \frac{4}{9}\mu_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \right) \right] \right\}, \quad (39)$$

$$\mathfrak{E}_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a}{\lambda} f_{00} \left\{ 2\mu_1 \sin \frac{\pi x}{a} + \mu_2 \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{2}{3}\mu_3 \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots \right\}, \quad (40)$$

$$\mathfrak{H}_y = -j\omega \Delta_0 f_{00} \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \left(4\mu_1 \cos \frac{\pi x}{a} + \mu_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + \frac{4}{9}\mu_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \right) \right\}. \quad (41)$$

Da die f_n nach (34) den Faktor $1/n^2$ besitzen, sind f_n mit größerem n unwirksam. Wesentlich sind lediglich die Glieder mit μ_1 bis μ_3 . Das Aussehen des Feldes hängt dann davon ab, ob das \mathfrak{E}_z zwischen $x=0$ und $x=a$ längs irgendeiner statischen Feldlinie ($z=\text{const}$) eine Nullstelle besitzt oder nicht. Im einfachsten Fall, wenn überall μ_1 größer als die anderen μ_n ist, entsteht keine Nullstelle, z. B. in Abb. 6. Dann entsteht nur ein Keil wie in Abb. 3.

Beispiel: Schickt man durch die Leitung der Abb. 1 eine Welle, so tritt in der Inhomogenität eine geringe Reflexion auf, so daß f_{00} aus einer fortschreitenden Welle besteht, der sich eine kleine reflektierte Welle gleicher Art überlagert. Für ein solches f_{00} sind die elektrischen Feldkomponenten nach (39) und (40) mit den μ_n aus Abb. 6 berechnet, daraus die reellen Momentanwerte gebildet und die elektrischen Feldlinien für einen Zeitpunkt in Abb. 7 (untere Hälfte) gezeichnet worden. Es bildet sich ein Feldlinienkeil mit der allgemeinen Regel, daß die Basis des Keiles wie in Abb. 3 stets auf der konkaven Seite der Inhomogenität

(Abb. 1) liegt. E_x und E_z entsprechen im Momentanbild auch hier annähernd der Abb. 5. Es gibt stets eine statische Feldlinie der Abb. 1, auf der im Momentanbild $E_x=0$ ist (in Abb. 7 gestrichelt). Der Feldlinienkeil liegt stets um diese gestrichelte Feldlinie herum und zwar so, daß die Feldlinien des Wellenfeldes diese gestrichelte Linie senkrecht schneiden. Bei einer fortschreitenden Welle wandert diese gestrichelte Linie mit der Welle durch die Inhomogenität und mit ihr der Keil. Die Größe des Keils ändert sich bei dieser Verschiebung entsprechend der Größe der μ_n an der betreffenden Stelle. Der Keil hat also nennenswerte Größe nur an Stellen mit kräftiger Inhomogenität (Abb. 7). Allgemein sind einspringende Ecken

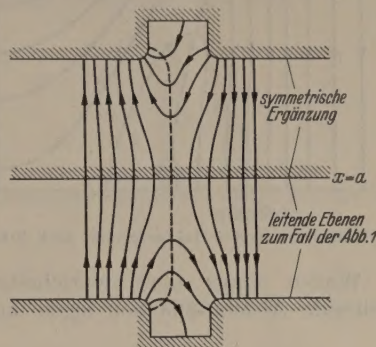


Abb. 7. Feldlinienkeil in der Einbuchtung der Abb. 1.

stets Bereiche mit großen μ_n und daher Entstehungs-orte solcher Keile.

Anders wird das Bild, wenn die runde Klammer in (40) zwischen $x=0$ und $x=a$ einen Vorzeichenwechsel durchmacht. Der einfachste Fall dieser Art ist ein quersymmetrisches Objekt, das eine Symmetriegerade $z=\text{const}$ hat.

Beispiel: Durch Spiegelung an der Ebene $x=a$ entsteht in Abb. 7 eine quersymmetrische Anordnung. In solchen Gebilden sind alle $\mu_n=0$, die ungerades n besitzen. Daher bildet hier μ_2 das Hauptglied im μ , wodurch eine Nullstelle des \mathfrak{E}_z in der Symmetriegeraden entsteht und in den Feldlinien ein charakteristischer, symmetrischer Doppelkeil. Man vergleiche ein ähnliches Bild in [8]. Im allgemeinen Fall haben die beiden Keile des Doppelkeils verschiedene Größen. Ein solcher Doppelkeil, bei dem das \mathfrak{E}_z außer bei $x=0$ und $x=a$ noch eine Nullstelle für einen Zwischenwert hat, tritt fast immer auf, wenn $\mu_2 > \mu_1$ ist. Man beachte die Pfeilrichtungen.

Aus [2] geht hervor, daß man diese Ergebnisse sofort auf gewisse Typen inhomogener Hohlleiter anwenden kann. In [3] wird gezeigt, daß das Rechenverfahren ohne wesentliche Zusätze auf zylindersymmetrische Inhomogenitäten anwendbar ist. Bei stehenden Wellen erhält man gleichartige Feldlinienbilder, die sich jedoch nicht mehr längs der Leitung verschieben, sondern am Ort stillstehen. So wurde in [7] die stehende Welle in einer am Ende kapazitiv belasteten coaxialen Leitung berechnet. Als Beispiel wird hier das Wellenfeld der Abb. 8 mitgeteilt, das ebenfalls den Feldlinienkeil in der Umgebung der gestrichelten (statischen) Linie $E_x=0$ zeigt. Man lasse das gezeichnete Bild um die Achse rotieren, um das vollständige Wellengebilde zu erhalten. Nach [7] hat die vorliegende Theorie weitgehende Auswirkungen

und LÜDI [3] bei verschwindender Aussteuerung $\beta_1 = 0$ für das Klystron als Grenzwert des *idealen* Wirkungsgrades η_i , der später noch definiert wird, 58,4%. O. HEIL [1] erhielt für den Generator mit gegenphasig schwingenden Feldern, ebenfalls unter der Voraussetzung von Doppelschichten, für den Sonderfall $\beta_1 = \beta_{III} = 0,9$ einen maximalen Wert von $\eta_i = 35\%$. Für denselben Generator konnte KOCKEL [4] nachweisen, daß bei Berücksichtigung der Geschwindigkeitsmodulation der *reale* Wirkungsgrad η_r im Höchstfall 25% beträgt. Unter denselben Voraussetzungen erhielt DÖRING [6] für den Generator mit gleichphasig schwingenden Feldern verschwindender Länge ebenfalls den gleichen realen Wirkungsgrad. Über Anordnungen mit endlichen Feldlängen wurden offenbar mit Rücksicht auf den großen Rechenaufwand jeweils nur Untersuchungen unter einschränkenden Voraussetzungen über einige Spezialfälle durchgeführt, z. B. von DAHLKE und LABUS [5] und HECHTEL [7]. Eine geschlossene, sämtliche Typen von Triftröhren mit endlichen Feldstrecken umfassende Darstellung brachte erst die Theorie von GEBAUER und KLEESATTEL [9]. Unter Zugrundelegung *normierter* Steuerstrecken und eines Fokus geringer Breite mit der Ergiebigkeit 7/12 ergab sie für das Klystron und bemerkenswerterweise auch für die Generatoren mit gegen- und gleichphasig schwingenden Feldern den gleichen idealen Wirkungsgrad $\eta_i = 65\%$. Normierte Steuerstrecken sind solche, die bei kleinstmöglicher Wechselspannung eine größtmögliche Geschwindigkeitsmodulation erzeugen und damit auch diejenigen kleinsten Verluste sind, da diese dem Quadrate der Spannung proportional sind. Gleichzeitig liefern die so ausgewählten Steuerstrecken die kleinstmöglichen Fokussierungsweiten, was aus Raumladungsgründen von Vorteil ist. Auf Grund dieser Theorie konnte GEBAUER an Generatoren mit gegenphasig schwingenden Feldern reale Wirkungsgrade von 50% messen [10]. Offen war in der Theorie lediglich die Frage nach den Grenzwerten des idealen und realen Wirkungsgrades geblieben. Diese Frage gewann an Interesse durch eine kürzliche Veröffentlichung von R. GEBAUER [10], in welcher er unter anderem über einen Generator mit gegenphasig schwingenden Feldern berichtet, dessen beobachteter Wirkungsgrad von 40% um einige Prozent höher ausfiel als er von einem 0⁺-Typ unter Zugrundelegung eines 7/12-Fokus zu erwarten war, der etwa 34% beträgt. Diese Wirkungsgraderhöhung wurde durch Verwendung eines Fokus größtmöglicher Ergiebigkeit und Breite, sowie durch dessen bestmögliche Abbremsung erreicht.

Zur Verdeutlichung der Fragestellung betrachten wir in Abb. 2 den Fokussierungsvorgang in einem Laufraum nach Passieren einer normierten Steuerstrecke nach Gl. (11). Wie man sieht, gibt es eine Einschnürungsstelle, welche von den 12 betrachteten Elektronen 7 in sich vereinigt. Diese als 7/12-Fokus bezeichnete Zusammenballung bildet, wie schon darauf hingewiesen, die Berechnungsgrundlage der Theorie von GEBAUER und KLEESATTEL. In einer noch größeren Entfernung vom Steuerraum nimmt sowohl die Ergiebigkeit als auch die Breite des Fokus zu. Durch das Hinzukommen je eines weiteren Elektrons entsteht ein 8/12-Fokus, ein 9/12-Fokus usw. an den durch Pfeile gekennzeichneten Stellen. Die Zunahme

der Ergiebigkeit ist für den Wirkungsgrad günstig, weil anschließend mehr Elektronen abgebremst werden können. Die Zunahme der Fokusbreite, unter der der „Phasenabstand“ der an der linken und rechten Begrenzung der Zusammenballung liegenden Elektronen verstanden wird, beeinflußt hingegen den Wirkungsgrad ungünstig, weil die am Fokusrand liegenden Elektronen weniger abgebremst werden können als in der Mitte, fällt aber zunächst weniger ins Gewicht. Es gibt daher eine obere Grenze der Laufraumlänge, bei der sich beide Einflüsse das Gleichgewicht halten und der dazugehörige Fokus bei anschließender bestmöglicher Abbremsung das Maximum des Wirkungsgrades liefert, über dessen Bestimmung im folgenden berichtet wird.

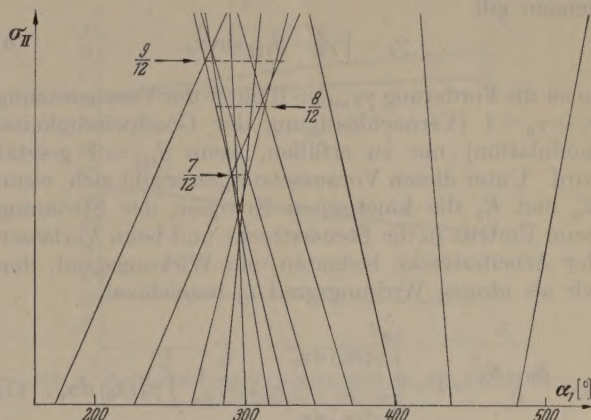


Abb. 2. Fokussierung in einem Laufraum nach Passieren einer normierten Steuerstrecke nach Gl. (11).

2. Zur Definition des idealen und realen Wirkungsgrades.

Für die Bestimmung dieser oberen Grenze der Laufraumlänge ist es nützlich einen „idealen“ Wirkungsgrad einzuführen, der folgendermaßen zustande kommt: Wir lassen den Fokus, der naturgemäß Elektronen verschiedener Geschwindigkeit enthält (Geschwindigkeitsmodulation!), in eine *Doppelschicht als Arbeitsstrecke* eintreten, die dem Strahl ein Maximum an Energie entziehen soll unter folgenden weiteren Voraussetzungen:

1. Wir vernachlässigen die Geschwindigkeitsmodulation, d. h. wir setzen

$$\gamma_2 = \gamma_0 = 1. \quad (1)$$

2. Das mittlere Elektron des Phasenfokus soll gerade im Scheitelwert der Bremschale in die Arbeitsstrecke eintreten, d. h. seine auf den Beginn der Bremschale des Arbeitsraumes bezogene Phase α_{2B}'' muß $\pi/2$ sein.

$$\alpha_{2B}'' = \frac{\pi}{2}. \quad (2)$$

Zur Ermittlung von α_{2B}'' verfahren wir folgendermaßen: bezeichnet α_{2l} die Phase des linken fokalen Randelektrons, α_{2r} die des rechten und $\alpha_2(\alpha_0)$ die Eintrittsphase der Elektronen in den Arbeitsraum als Funktion der Startphase, so ergibt sich das Phasenmittel α_{2B} zu

$$\alpha_{2B} = \frac{\int_{\alpha_{2l}}^{\alpha_{2r}} \alpha_2(\alpha_0) d\alpha_0}{\alpha_{2r} - \alpha_{2l}}. \quad (3)$$

¹ Die Darstellung ist so gewählt, daß die Weg-Zeit-Gerade eines vom Wechselfeld unbeeinflussten Elektrons vertikal verläuft.

Von diesem Wert α_{2B} ziehen wir so viele ganze Perioden $m \cdot 2\pi$ wie möglich ab und setzen ferner die Phasendifferenz $\varphi_{III,I}$ zwischen Arbeits- und Steuerraum so fest, daß

$$\alpha_{2B} - m \cdot 2\pi - \varphi_{III,I} = \alpha_{2B}'' = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

wird. Die willkürliche Festlegung von $\varphi_{III,I}$ ist für den allgemeinsten hier betrachteten Fall, das Doppelhohlraumklystron, stets möglich.

3. Die kleinste Geschwindigkeit beim Verlassen der Arbeitsstrecke $\gamma_{3\min}$ soll gleich Null sein.

$$\gamma_{3\min} = 0. \quad (5)$$

Da für die Abbremsung in einer Doppelschicht allgemein gilt

$$\gamma_3 = \sqrt{\gamma_2^2 - \beta_{III} \sin \alpha_2}, \quad (6)$$

so ist die Forderung $\gamma_{3\min} = 0$ unter der Voraussetzung $\gamma_2 = \gamma_0 = 1$ (Vernachlässigung der Geschwindigkeitsmodulation) nur zu erfüllen, wenn $\beta_{III} = 1$ gesetzt wird. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich, wenn E_0 und E_3 die kinetischen Energien der Strömung beim Eintritt in die Steuerstrecke und beim Verlassen der Arbeitsstrecke bedeuten, ein Wirkungsgrad, den wir als *idealen* Wirkungsgrad η_i bezeichnen:

$$\eta_i = \frac{E_0 - E_3}{E_0} = 1 - \frac{\int_0^{2\pi} \gamma_3^2(\alpha_0) d\alpha_0}{\int_0^{2\pi} \gamma_0^2(\alpha_0) d\alpha_0} = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma_3^2(\alpha_0) d\alpha_0. \quad (7)$$

Setzen wir aus (6) für $\gamma_3^2 = 1 - \sin \alpha_2$ ein, so ergibt sich, da naturgemäß α_2 eine Funktion von α_0 ist,

$$\eta_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha_2(\alpha_0) d\alpha_0. \quad (8)$$

Damit η_i zu einem Maximum wird, muß das Phasennittel des Fokus in den Scheitelwert der Bremshalbwelle fallen. Wir haben daher nach Forderung (4) α_2 durch α_2'' zu ersetzen und erhalten

$$\eta_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha_2''(\alpha_0) d\alpha_0. \quad (9)$$

Aus Gl. (8) und (9) ist ersichtlich, daß für die Berechnung von η_i α_2 bzw. α_2'' als Funktionen der Startphase α_0 bekannt sein müssen. Daran werden wir weiter unten anzuschließen haben.

Über die Bedeutung des idealen Wirkungsgrades sei noch bemerkt, daß er einerseits für die Bestimmung der oberen Grenze der Laufraumlänge σ_{IIgr} bei vorgegebener Steuerstrecke σ_I und vorgegebenem Aussteuerungsgrad β_I notwendig ist und daß er andererseits das Maximum des Wirkungsgrades überhaupt darstellt, wenn die Geschwindigkeitsmodulation vernachlässigt wird. Der ideale Wirkungsgrad ist somit auch ein Maß für die Art und die Güte der Fokussierung.

In Wirklichkeit ist jedoch notwendigerweise eine Geschwindigkeitsmodulation vorhanden und die Abbremsung muß nach dem langsamsten Elektron eingerichtet werden, um schädliche Reflexionen im Arbeitsraum zu vermeiden. Schon daraus folgt, daß

bei Berücksichtigung der Geschwindigkeitsmodulation der Wirkungsgrad kleiner als der ideale ausfällt. Hinzu kommt, daß die Abbremsung in einer Arbeitsstrecke endlicher Länge erfolgt, welche im Hinblick auf den Grad der Abbremsung weniger als die Doppelschicht zu leisten vermag. Bei der Fokussierung ist es hingegen gerade umgekehrt, hier werden Doppelschichten stets von Feldstrecken endlicher Länge übertroffen, wie sich später noch ergibt. Den unter diesen Umständen berechenbaren und auch experimentell realisierbaren Wirkungsgrad nennen wir „realen“ Wirkungsgrad, der im Anschluß an den idealen bestimmt wird.

3. Aufstellung einer Näherungsformel für $\alpha_2(\alpha_0)$ auf analytischem Wege.

Wie schon darauf hingewiesen, müssen nach (9) für die Berechnung des idealen Wirkungsgrades die Ankunftszeiten α_2 der Elektronen an der Elektrode 2 als Funktion der Startphase α_0 bekannt sein. Außerdem hängt α_2 naturgemäß von der Länge des Steuer-raumes σ_I , der Laufraumlänge σ_{II} und vom Aussteuerungsgrad β_I ab. Außer den durch die vielen Parameter bedingten Schwierigkeiten kommt hinzu, daß die Bestimmungsgleichungen für die Laufzeiten φ der Elektronen durch das Elektrodensystem und damit auch für deren Ankunftszeiten $\alpha_2 = (\varphi_I + \varphi_{II} + \alpha_0)$ transzendent sind. Zu ihrer Lösung könnte man an numerische Verfahren oder an die Benutzung von Nomogrammen denken, die jedoch zur vollständigen Berechnung von η_i bei der großen Anzahl von Parametern einen sehr großen Rechenaufwand erfordern würden. Daher wurde der Weg, eine brauchbare Näherungsformel für α_2 analytisch herzuleiten, beschritten unter gleichzeitiger Verringerung der Parameter. Dies gelang für den in der Praxis wichtigen und am häufigsten interessierenden Bereich, daß β_I der Bedingung

$$\frac{2\beta_I}{\pi(2k+1)} < 1 \quad (10)$$

genügt.

Nach der Theorie von GEBAUER und KLEESATTEL sind die normierten Steuerstreckenlängen eindeutig durch die den Typus kennzeichnenden ganzen Zahlen $k=0, 1, 2, \dots$ und den Aussteuerungsgrad β_I durch die Beziehung

$$\sigma_I^+ = \frac{\pi}{2} (2k+1) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2\beta_I}{\pi(2k+1)}} \right) \quad (11)$$

festgelegt. Unter der Voraussetzung (10) läßt sich der Ausdruck (11) für σ_I erheblich vereinfachen. Durch Entwicklung des Radikanden nach Potenzen von β_I unter Vernachlässigung von Gliedern zweiter und höherer Ordnung ergeben sich für die Steuerstrecken der 0⁺-Typen ($k=0$) bzw. der 1⁺-Typen ($k=1$) die Ausdrücke (12) und (13)

$$\sigma_I^{0+} \approx \pi + \frac{\beta_I}{2}, \quad (12)$$

$$\sigma_I^{1+} \approx 3\pi + \frac{\beta_I}{2}. \quad (13)$$

Der durch Benutzung der Formeln (12) und (13) anstatt von (11) entstandene Fehler in σ_I ist für die praktische Bemessung der Steuerstrecke völlig bedeutungslos, so daß diese Formeln bei der Berechnung von α_2 ohne Vorbehalt benutzt werden können.

In der Herleitung der Näherungsformel gehen wir nun von der Bewegungsgleichung des Elektrons im Wechselfeld der Frequenz ω aus

$$\frac{d^2\sigma}{d\alpha^2} = -\frac{\beta}{2\sigma} \sin \alpha. \quad (14)$$

In komplexer Schreibweise lautet sie

$$\frac{d^2\sigma}{d\alpha^2} = i \frac{\beta}{2\sigma} e^{i\alpha}. \quad (15)$$

Unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen, daß $\gamma(\alpha_0) = \gamma_0 = 1$ und $\sigma(\alpha_0) = 0$ ist, ergeben sich daraus für die Geschwindigkeiten und den Weg die Beziehungen (16) und (17).

$$\gamma(\alpha) = \gamma_0 + \frac{\beta}{2\sigma} (e^{i\alpha} - e^{i\alpha_0}), \quad (16)$$

$$\sigma(\alpha) = \gamma_0(\alpha - \alpha_0) + \frac{\beta}{2\sigma i} (e^{i\alpha} - e^{i\alpha_0} - i(\alpha - \alpha_0) e^{i\alpha_0}). \quad (17)$$

Für $\alpha = \alpha_1$ und für $\beta = \beta_1$ erhalten wir daraus die Länge der Steuerstrecke σ_1

$$\sigma_1 = \gamma_0(\alpha_1 - \alpha_0) + \frac{\beta_1}{2\sigma_1 i} \left\{ 1 - e^{-i(\alpha_1 - \alpha_0)} - i(\alpha_1 - \alpha_0) e^{-i(\alpha_1 - \alpha_0)} \right\} e^{i\alpha_1}. \quad (18)$$

Daraus folgt für α_1 unter Berücksichtigung, daß $\gamma_0 = 1$ ist

$$\alpha_1 = (\alpha_0 + \sigma_1) - \frac{\beta_1}{2\sigma_1 i} \left\{ 1 - e^{-i(\alpha_1 - \alpha_0)} - i(\alpha_1 - \alpha_0) e^{-i(\alpha_1 - \alpha_0)} \right\} e^{i\alpha_1}. \quad (19)$$

Der Realteil von (19) liefert uns die Ankunftszeiten α_1 an der Elektrode 1

$$\alpha_1 = (\alpha_0 + \sigma_1) + \frac{\beta_1}{2\sigma_1} [\cos \alpha_1 (\varphi_1 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1) + \sin \alpha_1 (\cos \varphi_1 - 1 + \varphi_1 \sin \varphi_1)], \quad (20)$$

wobei $\alpha_1 - \alpha_0 = \varphi_1$ gesetzt wurde. Der zweite Summand stellt die Beeinflussung durch das Wechselfeld dar, während $(\alpha_0 + \sigma_1)$ die Ankunftszeit im statischen Feld an der Elektrode 1 bedeutet und somit eine erste Näherung wäre. Zur Lösung der in bezug auf α_1 bzw. φ_1 transzendenten Gl. (20) setzen wir nur in der eckigen Klammer für die Argumente der Winkelfunktionen anstatt der wahren Laufzeit φ_1 im Wechselfeld die Laufzeit $\bar{\varphi}_1$ im statischen Feld, d. h. $\varphi_1 \sim \bar{\varphi}_1 = \sigma_1$ und erhalten unter Berücksichtigung, daß für α_1 in der Klammer $\alpha_1 = \varphi_1 + \alpha_0 \sim \sigma_1 + \alpha_0$ gesetzt wird, somit als zweite Näherung für α_1

$$\alpha_1 \approx \alpha_0 + \sigma_1 + \frac{\beta_1}{2\sigma_1} [\cos(\alpha_0 + \sigma_1) (\sigma_1 \cos \sigma_1 - \sin \sigma_1) + \sin(\alpha_0 + \sigma_1) (\sigma_1 \sin \sigma_1 + \cos \sigma_1 - 1)]. \quad (21)$$

Zur Verringerung der Parameter setzen wir in (21) für σ_1 seinen Wert aus (12) bzw. (13) ein und damit ergibt sich für die Ankunftszeiten α_1 bei den 0⁺-Typen die Beziehung (22)

$$\alpha_1 \approx \alpha_0 + \pi + \frac{\beta_1}{2} + A, \quad (22)$$

wobei A zur Abkürzung für den folgenden Ausdruck gesetzt wurde

$$A = \frac{\beta_1}{2 \left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right)} \left\{ \cos \left(\alpha_0 + \pi + \frac{\beta_1}{2} \right) \times \right. \\ \times \left[\left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right) \cos \left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right) - \sin \left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right) \right] + \\ \left. + \sin \left(\alpha_0 + \pi + \frac{\beta_1}{2} \right) \left[\left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right) \sin \left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos \left(\pi + \frac{\beta_1}{2} \right) - 1 \right] \right\}. \quad (23)$$

Unter der Voraussetzung, daß $\frac{\beta_1}{2} < 1$ ist, erhalten wir durch Entwicklung der Ausdrücke in den Klam-

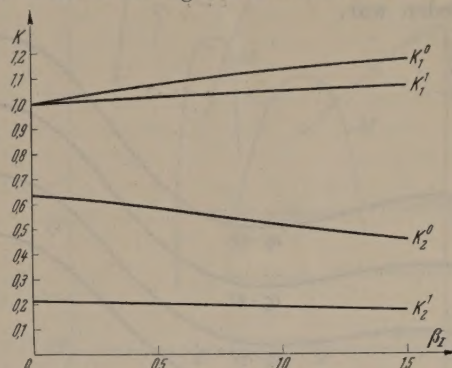


Abb. 3. Zur Bestimmung der Koeffizienten K_1^0 , K_2^0 , K_1^1 und K_2^1 in Abhängigkeit von β_1 .

mern nach Potenzen von β_1 unter Vernachlässigung von Gliedern höherer als dritter Ordnung für den Ausdruck A :

$$A = \frac{\beta_1}{2} \times \left\{ \cos \alpha_0 (1 + 0,1591 \beta_1 - 0,0253 \beta_1^2 - 0,0026 \beta_1^3) + \right. \\ \left. + \sin \alpha_0 (0,636 - 0,1011 \beta_1 - 0,0238 \beta_1^2 + 0,0063 \beta_1^3) \right\} \quad (24)$$

$$\text{bzw.} \quad A = \frac{\beta_1}{2} \{ K_1^0 \cos \alpha_0 + K_2^0 \sin \alpha_0 \}, \quad (25)$$

wobei K_1^0 und K_2^0 für die Ausdrücke in den runden Klammern von (24) gesetzt wurden. Damit ergeben sich schließlich die gesuchten Ankunftszeiten α_1 der 0⁺-Typen in der Form

$$\alpha_1 \approx \alpha_0 + \pi + \frac{\beta_1}{2} \{ 1 + (K_1^0 \cos \alpha_0 + K_2^0 \sin \alpha_0) \} \quad (26)$$

und ganz entsprechend die Ankunftszeiten α_1 der 1⁺-Typen

$$\alpha_1 \approx \alpha_0 + 3\pi + \frac{\beta_1}{2} \{ 1 + (K_1^1 \cos \alpha_0 + K_2^1 \sin \alpha_0) \}. \quad (27)$$

Die Koeffizienten K_1^0 , K_2^0 , K_1^1 und K_2^1 sind als Funktionen von β_1 der graphischen Darstellung (Abb. 3) zu entnehmen.

Aus (26) und (27) ist ersichtlich, daß α_1 für einen vorgegebenen Parameterwert von β_1 jetzt nur noch von α_0 abhängt, was den Gebrauch der Formeln sehr erleichtert. Der Fehler in α_1 nach den Näherungsformeln (26) und (27) ist abhängig von der Startzeit α_0 und dem Aussteuerungsgrad β_1 . Er ist größer für Elektronen, welche vom Wechselfeld stärker beeinflußt wurden und recht klein für Elektronen, die etwa gleich lang in der Beschleunigungs- wie in der Brems- halbwelle verweilen. Da für gleiches β_1 die Feldstärke

im Steuerraum der 0⁺-Typen etwa 3mal so groß ist wie bei den 1⁺-Typen, so sind auch die Fehler in α_1 für den 1⁺-Typus nach (27) entsprechend kleiner als für den 0⁺-Typus nach (26). Im Mittel bleibt jedoch auch der Fehler nach (26) für $\beta_1 < 1$ unter 1%. Bei der Berechnung von Wirkungsgraden kommt als begünstigender Umstand noch hinzu, daß dafür nicht die Phasen α_i selbst, sondern deren Winkelfunktionen $\sin \alpha_i$ interessieren, wodurch die Fehler im allgemeinen noch kleiner ausfallen. Auch heben sich ferner die einzelnen Fehler zum Teil auf. Für die Brauchbarkeit der Beziehungen (26) und (27) sei noch der Nachweis erwähnt, daß der nach (26) bzw. (27) berechnete Wirkungsgrad von dem nach der exakten aber zeitraubenden Methode berechneten um weniger als 0,5% verschieden war.

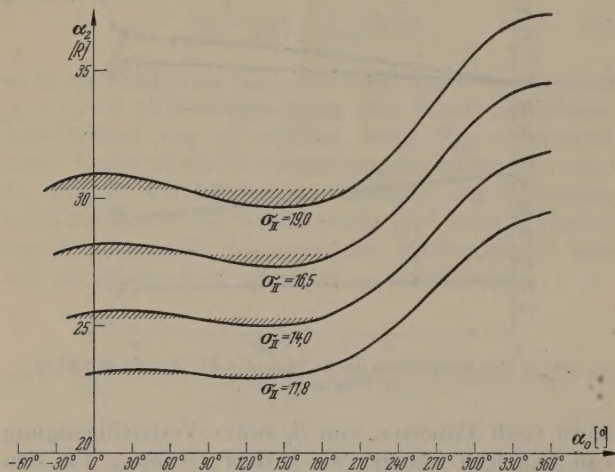


Abb. 4. Ankunftszeiten der Elektronen α_2 nach (33) für einen Aussteuerungsgrad $\beta_1 = 0,95$ und vier verschiedene Laufräumlängen $\sigma_{II} = 11,8, 14,0, 16,5$ und $19,0$ als Funktion der Startphase α_0 .

Um nun zu den Ankunftszeiten α_2 der Elektronen am Ende des Laufraumes von der Länge σ_{II} gemäß der Beziehung (28) zu gelangen,

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\sigma_{II}}{\gamma_1}, \quad (28)$$

sind nunmehr die Geschwindigkeiten γ_1 zu ermitteln, mit denen der Laufraum durchsetzt wird. Diese ergeben sich als Realteil von (16) zu

$$\gamma_1(\alpha_1) = \gamma_0 + \frac{\beta_1}{2\sigma_I} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0). \quad (29)$$

Setzen wir nun in (29) für α_1 seinen Wert aus (26) bzw. (27) und für σ_I entweder den Wert nach (12) oder (13) ein, so erhalten wir für die gesuchte Geschwindigkeit der 0⁺-Typen den Wert

$$\gamma_1^{0+} \approx \gamma_0 - \frac{\beta_1}{2\left(\pi + \frac{\beta_1}{2}\right)} \times \left\{ \cos \left[\frac{\beta_1}{2} (1 + K_1^0 \cos \alpha_0 + K_2^0 \sin \alpha_0) + \alpha_0 \right] + \cos \alpha_0 \right\} \quad (30)$$

bzw.

$$\gamma_1^{1+} \approx \gamma_0 - \frac{\beta_1}{2\left(3\pi + \frac{\beta_1}{2}\right)} \times \left\{ \cos \left[\frac{\beta_1}{2} (1 + K_1^1 \cos \alpha_0 + K_2^1 \sin \alpha_0) + \alpha_0 \right] + \cos \alpha_0 \right\} \quad (31)$$

für die 1⁺-Typen. Durch Einsetzen dieser Werte in (28) erhalten wir schließlich als Endresultat für die

Ankunftszeiten α_2 am Ausgang des Laufraumes die Ausdrücke

$$\alpha_2 \approx \alpha_0 + \pi + \frac{\beta_1}{2} (1 + K_1^0 \cos \alpha_0 + K_2^0 \sin \alpha_0) + \frac{\sigma_{II}}{1 - \frac{\beta_1/2}{\pi + \frac{\beta_1}{2}} \left\{ \cos \left[\frac{\beta_1}{2} (1 + K_1^0 \cos \alpha_0 + K_2^0 \sin \alpha_0) + \alpha_0 \right] + \cos \alpha_0 \right\}} \quad (32)$$

für die 0⁺-Typen und entsprechend

$$\alpha_2 \approx \alpha_0 + 3\pi + \frac{\beta_1}{2} (1 + K_1^1 \cos \alpha_0 + K_2^1 \sin \alpha_0) + \frac{\sigma_{II}}{1 - \frac{\beta_1/2}{3\pi + \frac{\beta_1}{2}} \left\{ \cos \left[\frac{\beta_1}{2} (1 + K_1^1 \cos \alpha_0 + K_2^1 \sin \alpha_0) + \alpha_0 \right] + \cos \alpha_0 \right\}} \quad (33)$$

für die 1⁺-Typen.

Die Beziehungen (32) und (33) sind zwar kompliziert, stellen aber in der Praxis ein wichtiges Hilfsmittel zur analytischen Berechnung von Generatoren mit endlichen Feldstrecken in dem praktisch interessierenden Spannungsbereich dar. Aussteuerungsgrade β_1 über 1,5 besitzen sowohl wegen der zunehmenden Verluste als auch wegen des mit zunehmender Aussteuerung abnehmenden Wirkungsgrades, wie später noch gezeigt wird, praktisch kein Interesse.

Zur Illustration von (33) sind die danach berechneten Ankunftszeiten α_2 der Elektronen für einen Aussteuerungsgrad $\beta_1 = 0,95$ und vier verschiedene Laufräumlängen $\sigma_{II} = 11,8, 14,0, 16,5$ und $19,0$ als Funktion der Startphase dargestellt (Abb. 4). Die Abbildungen zeigen instruktiv, daß alle zwischen -30° und 180° gestarteten Elektronen nahezu zu derselben Phase α_2 am Laufraumende eintreffen. $\sigma_{II} = 11,8$ stellt die Laufräumlänge für den 7/12-Fokus dar. Die in den durch Schraffierung gekennzeichneten Bereichen liegenden Elektronen bilden den Phasenfokus, dessen Ergiebigkeit der Länge und dessen Phasenbreite der „Amplitude“ der schraffierten Fläche proportional ist. Auch hier sieht man deutlich, wie mit wachsender Laufräumlänge die Ergiebigkeit und die Fokusbreite stetig zunehmen und daß bei dem 7/12-Fokus die Fokussierung sehr scharf und die dazugehörige Phasenbreite sehr gering ist.

4. Die Berechnung des idealen Wirkungsgrades.

Für die Berechnung des idealen Wirkungsgrades wurden nunmehr die Beziehungen (32) und (33) durch das freundliche Entgegenkommen von Herrn Professor A. WALTHER mit den maschinellen Hilfsmitteln seines Instituts für Praktische Mathematik (IPM) ausgewertet. Dabei wurde jeweils zu einem vorgegebenen Aussteuerungsgrad β_1 für einige Laufräumlängen σ_{II} , mit der Laufräumlänge des 7/12-Fokus beginnend nach größeren Werten fortschreitend, die Ankunftsphasen α_2 ermittelt. Diese wurden sodann nach (4) in α_2'' reduziert, deren Sinus über die volle Periodenlänge integriert und durch 2π dividiert nach (9) den idealen Wirkungsgrad ergibt. Zur Verdeutlichung sei dieses

Verfahren an Hand der Abb. 5 erläutert. In den Abbildungen sind als Ordinaten die Werte $\sin \alpha_2''$, d. h. der ideale Wirkungsgrad der einzelnen Elektronen, in Abhängigkeit von ihrer Startphase entsprechend Abb. 4 für vier verschiedene Laufräumlängen eingetragen. Das erste Beispiel (Abb. 5a) zeigt uns den Wirkungsgrad bei einer Fokussierung durch einen relativ kurzen Laufraum $\sigma_{II} = 11,8$. Der schmale Fokus

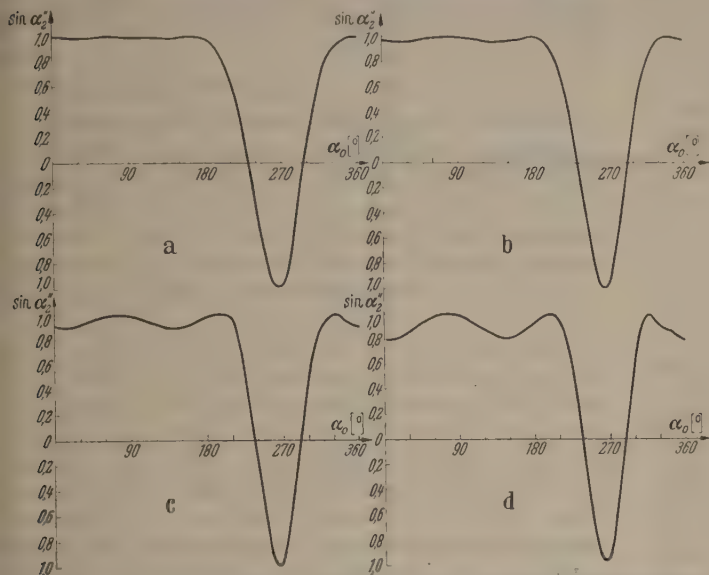


Abb. 5. Das Verhalten des idealen Wirkungsgrades der einzelnen Elektronen $\sin \alpha_2''$ für einen Aussteuerungsgrad $\beta_I = 0,95$ bei Variation der Laufräumlänge σ_{II} .
a) $\sigma_{II} = 11,8$, $\eta_i = 0,608$; b) $\sigma_{II} = 14,0$, $\eta_i = 0,636$; c) $\sigma_{II} = 16,0$, $\eta_i = 0,652$; d) $\sigma_{II} = 19,0$, $\eta_i = 0,638$.

der Ergiebigkeit 7/12 wird anfänglich nahezu vollständig abgebremst, aber schon relativ früh, nämlich für alle ab 170° startenden Elektronen wird die Abbremsung schlechter, wobei die Zone negativen Wirkungsgrades relativ breit ist und von Elektronen herührt, die dem Generator Energie entziehen. Eine Verlängerung der Laufräumlänge auf $\sigma_{II} = 14,0$ bewirkt (Abb. 5 b), daß die Abbremsung früher startender Eletronen sich gegenüber dem vorhergehenden Beispiel nur sehr wenig verschlechterte, hingegen der negative Bereich kleiner geworden ist, so daß der Gesamtwirkungsgrad steigt. Im dritten Beispiel (Abb. 5 c) ist offenbar der Gleichgewichtszustand der beiden einander widerstrebenden Größen erreicht. Der ideale Wirkungsgrad, z. B. durch Planimetrierung bequem gewinnbar, erreicht sein Maximum. Im letzten Beispiel (Abb. 5 d) schließlich ist der negative Einfluß der zunehmenden Fokusbreite bereits so stark, daß trotz noch größerer Ergiebigkeit, wie sie sich in einer weiteren Verringerung der negativen Zone zeigt, der Wirkungsgrad sinkt.

Die gleiche Rechnung wurde für mehrere Werte des Aussteuerungsgrades β_I durchgeführt. Oberhalb des zulässigen Gültigkeitsbereiches der Formel (32) mußten die Berechnungen für den 0^+ -Typ numerisch durchgeführt werden, um über den weiteren Verlauf des idealen Wirkungsgrades Aufschluß zu erhalten, was aus theoretischen Gründen von Interesse war. Allerdings erforderte dies zusätzlich eine umfangreiche Rechenarbeit, da eine große Anzahl von Elektronenlaufplänen für 24 Elektronen vollständig durchgerechnet werden mußte. Die Ergebnisse der maschinellen und numerischen Rechnung sind in der Abb. 6 zusammengestellt. Über der Laufräumlänge σ_{II} wurde η_i

für mehrere Parameterwerte β_I für die 0^+ - und 1^+ -Typen aufgetragen. Aus den Kurven ergibt sich jeweils für ein bestimmtes β_I sowohl das Maximum von η_i als auch die dazugehörige obere Grenze der Laufräum-

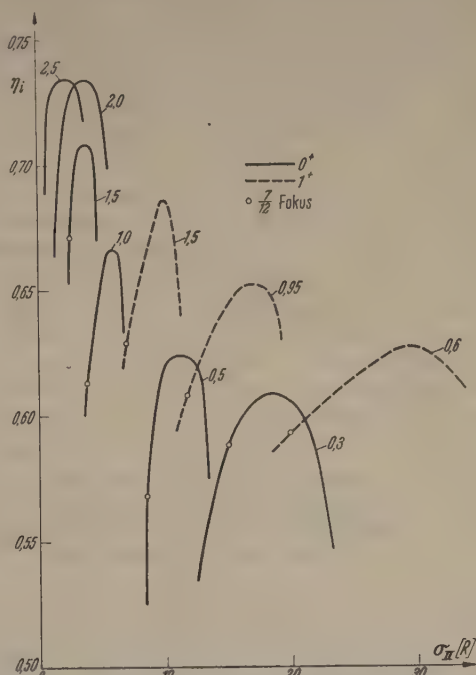


Abb. 6. Das Verhalten des idealen Wirkungsgrades in Abhängigkeit von der Laufräumlänge bei verschiedenen Aussteuerungsgraden unter Zugrundelegung normierter Steuerstrecken vom Typ 0^+ und 1^+ .

länge $\sigma_{II,0r}$. In den Kurven sind die Werte des idealen Wirkungsgrades für den 7/12-Fokus durch Kreise gekennzeichnet. Aus den Kurven ist ferner ersichtlich, daß eine Verlängerung des dem 7/12-Fokus entsprechenden Laufraumes um etwa 30 bis 50 % bis zur oberen Grenze der Laufräumlänge (Maximum von η_i !) nur eine Steigerung des Wirkungsgrades um etwa 10 % mit sich bringt. Man wird daher bei der praktischen Bemessung die dem 7/12-Fokus entsprechende Laufräumlänge nur so weit verlängern, insbesondere um Raumladungsschwierigkeiten infolge der stärkeren Abbremsung und größeren Länge des Laufraumes zu vermeiden, als der ideale Wirkungsgrad noch etwa proportional mit der Laufräumlänge σ_{II} zunimmt.

In Abb. 7 wurden die aus Abb. 6 gewonnenen oberen Grenzen der Laufräumlängen $\sigma_{II,0r}$ in Abhängigkeit vom Aussteuerungsgrad β_I dargestellt, wobei zum Vergleich die entsprechenden Laufräumlängen für den 7/12-Fokus eingetragen sind.

Weiter interessierte die Abhängigkeit des jeweiligen Maximums des idealen Wirkungsgrades vom Aussteuerungsgrad β_I . Dieser sich aus Abb. 6 ergebende Zusammenhang wurde in der Abb. 8 dargestellt. Die beiden oberen Kurven beziehen sich auf die 0^+ - und

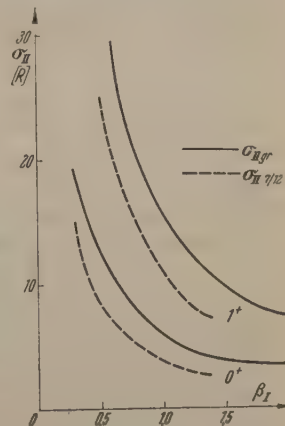


Abb. 7. Abhängigkeit der oberen Grenze der Laufräumlänge vom Aussteuerungsgrad im Vergleich mit den Laufräumlängen für den 7/12-Fokus.

1⁺-Typen für normierte Steuerstrecken, während sich die untere Kurve auf die Fokussierung durch eine Doppelschicht als Steuerstrecke bezieht.

Die Abbildung zeigt instruktiv die Überlegenheit endlicher Modulationsstrecken gegenüber Doppelschichten. Nur bei verschwindender Aussteuerung sind Doppelschichten und Feldstrecken endlicher Länge in ihren Fokussierungseigenschaften gleich-

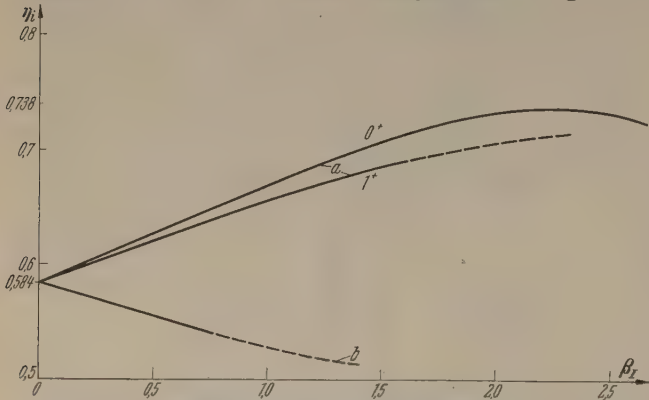


Abb. 8a u. b. Abhängigkeit des idealen Wirkungsgrades vom Aussteuerungsgrad, a für normierte Steuerstrecken endlicher Länge und b für Doppelschichten als Steuerstrecke.

wertig. Der WEBSTERsche Wert von 58,4% erscheint in beiden Fällen als Grenzwert und zwar als oberer für die Fokussierung durch Doppelschichten und als unterer für die Fokussierung durch endliche Steuerstrecken. Bemerkenswert ist das Vorhandensein eines flachen Maximums von 73,8% für den idealen Wir-

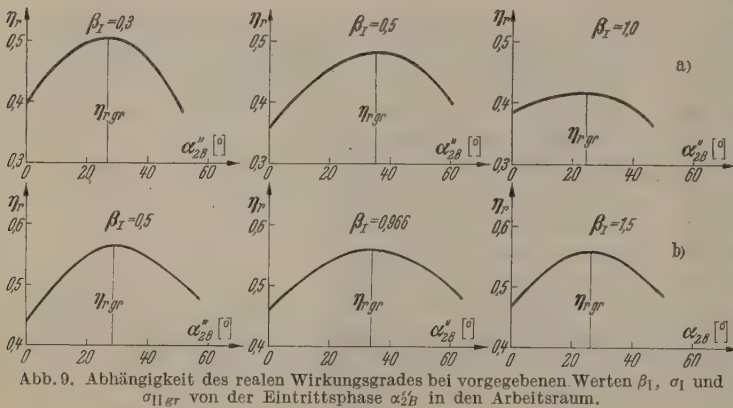


Abb. 9. Abhängigkeit des realen Wirkungsgrades bei vorgegebenen Werten β_I , σ_I und σ_{IIgr} von der Eintrittsphase α_{2B} in den Arbeitsraum.

kungsgrad des Klystrons bei einem Aussteuerungsgrad $\beta_I \sim 2,25$ und Verwendung einer Steuerstrecke vom Typus 0⁺. Da ein noch höherer Wirkungsgrad, etwa unter Zugrundelegung nicht normierter Steuerstrecken, nicht zu erwarten ist, so ist dieser Wert als die Grenze des idealen Wirkungsgrades unter Benutzung endlicher Feldlängen anzusehen. Für das Klystron mit einer Steuerstrecke vom Typus 1⁺ ist ein entsprechendes Maximum erst bei einem Aussteuerungsgrad $\beta_I \sim 7$ zu erwarten, ist aber wegen der hohen Aussteuerung kaum von Interesse. Daraus geht auch hervor, daß die Güte der Fokussierung nicht nur von der Laufraumlänge, sondern auch von dem Aussteuerungsgrad β_I abhängt und daß es keinen Sinn hat Klystrons oberhalb einer für jeden Typus kritischen Wechselspannung zu planen. Hinzu kommt, daß die Güte der Fokussierung außer von β_I und σ_{II} auch noch von der Länge der Steuerstrecke σ_I selbst abhängig ist. Ob die normierten Steuerstrecken außer Verlusten und

Fokussierungsweiten auch im Hinblick auf die Fokussierungsgüte optimal sind, wurde nicht näher untersucht. Jedenfalls sind sie aber von allen möglichen Steuerstrecken diejenigen, bei denen alle drei Forderungen gleichzeitig am besten erfüllt sind. Die Abnahme des idealen Wirkungsgrades nach Überschreiten des Maximums ist darauf zurückzuführen, daß der Fokus mit zunehmendem β_I immer mehr an den Anfang des Laufraumes und schließlich in die Steuerstrecke selbst hineinrückt.

5. Die Berechnung des realen Wirkungsgrades.

Wie schon eingangs bemerkt, fällt der reale Wirkungsgrad η_r wegen der notwendig vorhandenen Geschwindigkeitsmodulation geringer als der ideale aus. Zur Berechnung von η_r lassen wir die in der Einleitung genannten Bedingungen (2) und (5) fallen und verlangen, daß keines der fokalen Elektronen nach Abbremsung in einer Arbeitsstrecke endlicher Länge σ_{III} und beliebigen Aussteuerungsgrades β_{III} seine Richtung umkehrt. Daher hat sich die Abbremsung nach dem langsamsten Elektron zu richten und nicht etwa nach dem Geschwindigkeitsmittel. Der Entzug an kinetischer Energie in der Arbeitsstrecke wird ein Maximum, wenn das langsamste Elektron das Feld mit der Geschwindigkeit Null verläßt. Der auf diese Weise errechnete Wirkungsgrad stellt zugleich den Grenzwert des experimentell realisierbaren Wirkungsgrades η_{rgr} dar, vorausgesetzt, daß der Fokus nach der oben berechneten Laufraumlänge σ_{IIgr} zur Abbremsung gelangt.

Da die Feldstärke in der Arbeitsstrecke selbst unter Zugrundelegung nur der gleichen Aussteuerung wie in der Steuerstrecke etwa 3mal so groß ist wie in der normierten Steuerstrecke, so wäre die Anwendung von Formeln in zweiter Näherung, etwa von der Art der Formeln (26) und (27) hier zu ungenau. Es wurde daher versucht für den Arbeitsraum eine analog den Beziehungen (26) und (27) noch bessere Näherung zu gewinnen. Die sich ergebenden Formeln bedeuteten jedoch wegen ihrer Unhandlichkeit keine Vereinfachung für die Berechnung der Laufzeiten in der Arbeitsstrecke, so daß für sie die numerische Fahrplanrechnung beibehalten wurde, welche überdies exakte Resultate liefert.

Um den tatsächlichen Grenzwert des realen Wirkungsgrades η_r für ein vorgegebenes β_I zu erhalten, ist es notwendig, außer der Feldstärke im Arbeitsraum, gegeben durch β_{III}/σ_{III} , auch die Eintrittsphase α_{2B} des mittleren Fokuselektrons zu variieren, da es bei endlichen Arbeitsstrecken keinesfalls günstig ist $\alpha_{2B} = 90^\circ$ zu setzen, wie dies bei der Berechnung des idealen Wirkungsgrades geschehen ist. Wir verfahren daher bei der Berechnung von η_{rgr} so, daß wir jeweils für ein bestimmtes β_I den dazugehörigen Fokus nach Durchlaufen der Grenzlaufraumlänge σ_{IIgr} in die Arbeitsstrecke eintreten lassen und den dazugehörigen Wirkungsgrad für verschiedene Eintrittszeiten α_{2B} berechneten. Dabei wurden die kritischen Daten der Arbeitsstrecke β_{III} und σ_{III} so gewählt, daß das langsamste Elektron gerade mit der Geschwindigkeit $v_3 = 0$ den Arbeitsraum verließ. Das Verfahren wurde für eine Reihe von Werten von β_I wiederholt. Daraus ergab sich, daß β_I auch der für den Energieentzug

maßgebende Parameter ist, weil durch ihn die Größe der Geschwindigkeitsmodulation und somit auch das Ausmaß der zulässigen Abbremsung festgelegt ist.

Die Ergebnisse der umfangreichen Rechenarbeit sind in der Abb. 9 zusammengestellt, aus denen das bei einem vorgegebenen Wert von β_I und dazugehörigen Werten von σ_I und σ_{IIgr} bei einer bestimmten Eintrittsphase α_{2B}'' sich einstellende Maximum, d. h. der Grenzwert des realen Wirkungsgrades η_{rgr} entnommen werden kann.

Daraus ergab sich schließlich als Endresultat die Abhängigkeit des realen Grenzwirkungsgrades η_{rgr} vom Aussteuerungsgrad β_I unter Benutzung der jeweils zu einem bestimmten β_I gehörigen normierten Steuerstrecke, sowie des jeweiligen Grenzwertes der Laufräumlänge σ_{IIgr} und der günstigsten Eintrittsphase α_{2B}'' in den Arbeitsraum (Abb. 10).

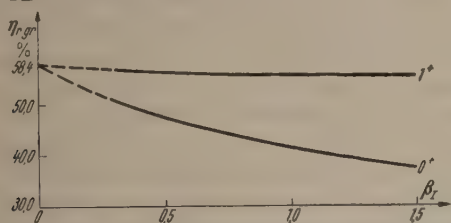


Abb. 10. Abhängigkeit des realen Grenzwirkungsgrades des Doppelhohlraumklystrons für normierte Steuerstrecken vom Typ 0⁺ und 1⁺.

Da die Abbremsung im Arbeitsraum nach dem langsamsten Elektron bemessen werden muß, dessen Geschwindigkeit von β_I abhängig ist, so nimmt der reale Grenzwirkungsgrad η_{rgr} mit steigender Aussteuerung ab. Dem wirkt, wie aus dem Verlauf des idealen Wirkungsgrades als Funktion der Aussteuerung hervorgeht, zunächst die mit wachsender Aussteuerung sich verbessernde Fokussierung entgegen, so daß diese beiden Effekte sich zum Teil aufheben. Dieses Verhalten sieht man besonders deutlich an dem 1⁺-Typ, der von vornherein eine geringe Geschwindigkeitsmodulation besitzt. Hier hält die mit wachsendem β_I sich verbessernde Fokussierung einerseits dem sich vermindern dem Grad der zulässigen Abbremsung andererseits das Gleichgewicht, so daß η_{rgr} kaum abnimmt. Bei dem 0⁺-Typus mit relativ starker Geschwindigkeitsmodulation überwiegt dagegen von Anfang an deren schädlicher Einfluß über die sich verbessernde Fokussierung, so daß η_{rgr} relativ stark abfällt. Bei verschwindender Aussteuerung werden naturgemäß sämtliche Typen von Steuerstrecken im Hinblick auf die Geschwindigkeitsmodulation gleichwertig. Aus diesem Grunde nähern sich die *realen Grenzwirkungsgrade sämtlicher Generatortypen dem WEBSTERSchen Wert von 58,4%*. Daß die errechneten realen Grenzwirkungsgrade experimentell nur angenähert zu erreichen sind, ist auf Grund der Ausführungen wohl unschwer einzusehen. Wie schon bemerkt, gelten die Kurven der Abb. 10 für den allgemeinsten Fall eines Triftröhres, das Doppelhohlraumklystron. Für die spezielleren Typen von Triftröhren z. B. die Generatoren mit gegenphasig schwingenden Feldern ($\varphi_{III,I}=180^\circ$ und $\beta_I=\beta_{III}$), wird es hingegen nur bei diskreten Werten von β_I möglich sein, den realen Grenzwirkungsgrad des Klystrons angenähert zu erreichen, da sie stets weniger Freiheitsgrade als das Klystron besitzen.

Diese Ergebnisse stehen in bester Übereinstimmung mit den experimentellen Untersuchungen an Generatoren mit gegenphasig schwingenden Feldern. Unter Zugrundelegung eines Fokus der Ergiebigkeit 7/12 und einer Steuerstrecke vom Typus 0⁺ beträgt unter günstigsten Bedingungen nach der Theorie von R. GEBAUER und C. KLEESATTEL bei einem Aussteuerungsgrad $\beta_I=\beta_{III}=0,84$ und den Feldlängen $\sigma_I=3,52$, $\sigma_{II}=4,78$ und $\sigma_{III}=1,61$, sowie einer Eintrittsphase $\alpha_{2B}=30^\circ$ der reale Wirkungsgrad η_r in voller Übereinstimmung mit dem Experiment 34%.

Noch vor Bestehen einer Theorie für endliche Feldlängen hatte R. GEBAUER an einem Generator mit den Feldlängen $\sigma_I'=3,56$, $\sigma_{II}'=5,10$ und $\sigma_{III}'=1,2$ einen Wirkungsgrad von 40% gemessen [8]. Wie die Durchrechnung ergab, ist dieser Wert bei den gegebenen Feldlängen nur für einen diskreten Aussteuerungsgrad $\beta_I=\beta_{III}=0,95$ zu erhalten, zu dem nach (12) eine Steuerstrecke gehört, die genau mit σ_I' übereinstimmt, d. h. optimal und vom Typus 0⁺ ist. Wie ein Vergleich mit dem vorhergehenden Beispiel zeigt, ist jedoch trotz höherer Aussteuerung der Laufräum σ_{II}' nicht kürzer, sondern länger und die Arbeitsstrecke verkürzt, was eine Erhöhung der Feldstärke β_{III}/σ_{III} bedeutet. Daraus erkennt man, daß bei diesem Generator mit einer größeren als der dem 7/12-Fokus entsprechenden Laufräumlänge und damit auch mit einem Fokus größerer Ergiebigkeit unter gleichzeitiger Verschärfung der Abbremsung im Arbeitsraum gearbeitet wurde. Der erhaltene Wirkungsgrad von 40% ist deshalb in Übereinstimmung mit den Ergebnissen dieser Arbeit größer als im vorhergehenden Beispiel und ist, wie gezeigt werden konnte, als der reale Grenzwirkungsgrad für Generatoren mit gegenphasig schwingenden Feldern bei einer Steuerstrecke vom Typus 0⁺ anzusehen [10]. Aus den oben genannten Gründen liegt der Grenzwirkungsgrad des Klystrons etwas höher und beträgt nach Abb. 10 für den gleichen Aussteuerungsgrad 42%.

Auch die Untersuchungen an Generatoren mit Steuerstrecken vom Typus 1⁺ liefern entsprechende Resultate. Unter Zugrundelegung eines 7/12-Fokus konnte R. GEBAUER an einem nach der Theorie für einen Wirkungsgrad von 50% berechneten Generator mit einem Aussteuerungsgrad $\beta_I=\beta_{III}=0,966$ und den Feldlängen $\sigma_I=9,88$, $\sigma_{II}=11,47$ und $\sigma_{III}=1,07$ in bester Übereinstimmung mit der Rechnung einen Wirkungsgrad von 49,6% messen [10]. Unter Benutzung der Ergebnisse dieser Arbeit dagegen gelang es an einem Generator desselben Typus einen Wirkungsgrad von 53% zu beobachten. Dabei wurde mit einem Aussteuerungsgrad $\beta_I=\beta_{III}=1,16$ und den Feldlängen $\sigma_I=9,97$, $\sigma_{II}=11,05$ und $\sigma_{III}=1,40$ gearbeitet. Dieser Wert ist als der Grenzwert des realen Wirkungsgrades bei Verwendung von Steuerstrecken vom Typus 1⁺ anzusehen und ist wieder etwas kleiner als der Grenzwert des realen Wirkungsgrades des Klystrons für denselben Aussteuerungsgrad. Die an den 1⁺-Typen erhaltenen Wirkungsgrade sind zwar die höchsten an Triftröhren beobachteten, haben aber hauptsächlich nur theoretisches Interesse, weil der Bereich, in dem die Hochfrequenzleistung linear mit der Gleichstromleistung zunimmt, außerordentlich gering ist. Für den praktischen Gebrauch kommen daher, wie schon in anderem Zusammenhang darauf hingewiesen wurde, im wesentlichen nur Generatoren

mit Steuerstrecken vom Typus 0^+ in Betracht, deren Grenzwirkungsgrade für einen vorgegebenen Aussteuerungsgrad aus Abb. 10 entnommen werden können. Aus Abb. 10 geht auch hervor, daß Wirkungsgradangaben nur bei gleichzeitiger Angabe des Aussteuerungsgrades und des Typus der normierten Steuerstrecke vergleichbar sind. Um mit diesen Ergebnissen solche unter Benützung *nicht* normierter Steuerstrecken vergleichen zu können, müßte außer β_I auch die Steuertraumlänge bekannt sein, um daraus die für den Grad der zulässigen Abbremsung allein maßgebliche Amplitude der Geschwindigkeitsmodulation $\beta_I/2\sigma_I$ berechnen zu können. Vergleiche sind nur für gleich große Amplituden der Geschwindigkeitsmodulation möglich.

Zusammenfassung.

Ausgehend von dem Befund, daß der an einem Generator mit gegenphasig schwingenden Feldern und einer Steuerstrecke vom Typus 0^+ gemessene Wirkungsgrad um einige Prozent größer ausfiel, als er unter Zugrundelegung eines Fokus der Ergiebigkeit 7/12 nach der Theorie von R. GEBAUER und C. KLEESATTEL zu erwarten war, wird in der vorliegenden Arbeit die in der Theorie noch offen gebliebene Frage nach den Grenzwerten des idealen und realen Wirkungsgrades bei der Schwingungserzeugung durch geschwindigkeitsmodulierte Elektronenstrahlen für den allgemeinsten Fall eines Triftröhres, das Doppelhohlraumklystron, mit endlichen Feldlängen unter Verwendung normierter Steuerstrecken vom Typus 0^+ und 1^+ untersucht.

Mit einer Verlängerung des Laufraumes über den 7/12-Fokus hinaus nimmt sowohl die Ergiebigkeit als auch die Phasenbreite zu. Die zunehmende Ergiebigkeit beeinflußt den Wirkungsgrad günstig, die zunehmende Phasenbreite hingegen ungünstig, fällt aber zunächst weniger ins Gewicht. Es gibt daher eine Grenze der Laufraumlänge, bei der sich beide Einflüsse gerade das Gleichgewicht halten. Die Auffindung dieser Laufraumlänge bei vorgegebenem Aussteuerungsgrad und vorgegebener Steuerstrecke geschieht mit Hilfe des idealen Wirkungsgrades. Er ist ein Maß für den höchstmöglichen einem Triftröhre entziehbaren Betrag an Hochfrequenzenergie, wenn die Geschwindigkeitsmodulation vernachlässigt wird. Er ist daher auch ein Maß für die Art und Güte der Fokussierung. Für seine Berechnung müssen die Ankunftszeiten der Elektronen in der Arbeitsstrecke als Funktion der Startphase allein bekannt sein. Diese, ein wichtiges Hilfsmittel in der Berechnung von Triftröhren darstellenden Funktionen, wurden für den praktisch interessierenden Spannungsbereich auf analytischem Wege hergeleitet.

Nur bei verschwindender Aussteuerung erweisen sich Doppelschichten und Feldstrecken endlicher Länge in ihren Fokussierungseigenschaften gleichwertig. Der WEBSTERsche Wert von 58,4% erscheint in beiden Fällen als Grenzwert des idealen Wirkungs-

grades und zwar als oberer bei Fokussierung durch Doppelschichten und als unterer bei Fokussierung durch Steuerstrecken endlicher Länge. Der Grenzwert des idealen Wirkungsgrades liegt für das Doppelhohlraumklystron mit einer Steuerstrecke vom Typus 0^+ bei 73,8%.

Der Grenzwert des realen (experimentell realisierbaren) Wirkungsgrades wurde so erhalten, daß der zu einem vorgegebenen β_I und σ_I sich ausbildende Fokus nach Durchlaufen der mit Hilfe des idealen Wirkungsgrades aufgefundenen Grenze der Laufraumlänge σ_{IIgr} bei günstigster Eintrittsphase unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsmodulation optimal abgebremst wurde. Da die Abbremsung nach dem langsamsten Elektron bemessen werden muß, dessen Geschwindigkeit von β_I abhängig ist, so ist β_I bzw. ganz allgemein $\beta_I/2\sigma_I$ auch der für den Energieentzug maßgebende Parameter und infolgedessen nimmt der reale Grenzwirkungsgrad mit zunehmender Aussteuerung (bzw. mit zunehmender Geschwindigkeitsmodulation) ab. Wirkungsgradangaben sind daher nur bei bekannten Aussteuerungsgraden und Amplituden der Geschwindigkeitsmodulation vergleichbar.

Der mit einem Triftröhre erzielbare reale Grenzwirkungsgrad ist allein durch den Aussteuerungsgrad bestimmt, der auch die dazugehörigen Feldlängen festlegt. Bei verschwindender Aussteuerung werden sämtliche Typen von Steuerstrecken im Hinblick auf die Geschwindigkeitsmodulation gleichwertig. Da in diesem Fall definitionsgemäß kein Unterschied zwischen dem idealen und dem realen Wirkungsgrad besteht, so ist der WEBSTERsche Wert von 58,4% ihr gemeinsamer Grenzwert.

Für die spezielleren Typen von Triftröhren liegen wegen der geringeren Anzahl von Freiheitsgraden die realen Grenzwirkungsgrade bei gleichem Aussteuerungsgrad und gleichem Typus der Steuerstrecke stets um einige Prozent unterhalb derjenigen des entsprechenden Klystrons. Ferner sind sie nur bei diskreten Werten des Aussteuerungsgrades zu erreichen, liegen aber durchwegs höher als unter Zugrundelegung eines Fokus der Ergiebigkeit 7/12.

Diese Ergebnisse stehen in bester Übereinstimmung mit dem Experiment.

Zum Schluß möchten wir nicht versäumen, Herrn Professor Dr. A. WALTHER für die Benützung der maschinellen Rechenhilfsmittel des Instituts für praktische Mathematik (IPM) allerherzlichst zu danken. Unser Dank gilt auch Herrn Dipl.-Math. H. SASSENFELD für seine Hilfe bei der Auswertung.

Literatur. [1] HEIL, O., u. ARSENJEWA-HEIL: Z. Physik **95**, 752 (1935). — [2] WEBSTER, D. L.: J. appl. Phys. **10**, 501 (1939). — [3] LÜDL, F.: Helv. phys. Acta **13**, 122 (1940). — [4] KOCKEL, B.: Z. techn. Phys. **22**, 77 (1941). — [5] DAHLKE, W., u. J. LABUS: Dtsch. Luftfahrtforsch., ZWB, **1942**, Nr 1577. — [6] DÖRING, H.: Z. Hochfrequenztechn. u. Elektroakustik **62**, 98 (1943). — [7] HECHTEL, R.: Dtsch. Luftfahrtforsch., ZWB **1944**, Nr 1953. — [8] GEBAUER, R.: Wiss. Veröff. Technischen Hochschule Darmstadt **1**, 65 (1947). — [9] GEBAUER, R., u. C. KLEESATTEL: Wiss. Veröff. Technischen Hochschule Darmstadt **1**, 97 (1949). — [10] GEBAUER, R.: Z. angew. Phys. **2**, 415 (1950).

Prof. Dr. R. GEBAUER und Dr.-Ing. H. KOSMAHL,
Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Darmstadt.

Die elektroakustische Wandlung mittels Magnetostraktion unter besonderer Berücksichtigung der Strahlung von technischen Transformatoren.

Von HANS HEINRICH RUST, Hamburg.

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 20. August 1950.)

Die Magnetostraktion dient, unter anderem, in großem Ausmaß sowohl der Erzeugung (JOULE-Effekt), wie auch dem Nachweis (VILLARI-Effekt) von Schall- und Ultraschallschwingungen. Bei derartiger Anwendung wird so gut wie ausnahmslos die longitudinale Eigenfrequenz von zur Verringerung der Wirbelstromverluste unterteilten, polykristallinen ferromagnetischen Stäben benutzt, da hierbei die Resonanzüberhöhung, die je nach dem Grade der Strahlungsdämpfung beträchtliche Werte annehmen kann, wesentliche Vorteile bietet.

Beurteilt man eine elektroakustische bzw. akustisch-elektrische Wandlung auf dieser Basis allgemein, so ergibt sich, daß zwei gekoppelte Kreise vorliegen, wovon der erste elektrischer Art ist und der zweite, gekoppelte, einen Resonanzkreis in Form des mechanischen Schwingers darstellt. So ist die Schwingungsform der im mechanischen Resonanzkreis sich ausbildenden Frequenz weitgehend unabhängig sowohl von der Kurvenform des anregenden elektrischen Stromes wie auch von dem elektrisch-mechanischen Umsetzungsgesetz; sie wäre sinusförmig analog den Schwingungen eines elektrischen Resonanzkreises, wenn im Speziellfall der magnetostriktiven Wandlung nicht der ΔE -Effekt, die Änderung des Elastizitätsmoduls mit der Magnetisierung, bestünde. Da die longitudinale Eigenfrequenz eines z. B. $\lambda/2$ -Stabes

$$\nu_R = \frac{K}{2l} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ [Hz]},$$

worin

- K Ordnungszahl der Harmonischen,
- l Stablänge,
- E Elastizitätsmodul des Stabmaterials,
- ρ Dichte des Stabmaterials

ist, ändert sich die Eigenfrequenz eines magnetostriktiv angeregten Stabes periodisch mit dem Wechselstrom, der das wechselnde Magnetfeld erzeugt. — Die folgenden Untersuchungen und Betrachtungen beziehen sich auf die Anregung magnetostriktiver Geber außerhalb der Resonanz, so daß der vorerwähnte Sachverhalt, daß der Schwingkörper als Resonanzkreis sinusförmige Schwingungen ausführt, nicht zutrifft. — Es finden vielmehr Elongationen der Stabenden (bzw. beim $\lambda/4$ -Schwinger des freien Endes) statt, die einmal eine Funktion des anregenden Wechselstromes sind und zum anderen von dem Gesetz, das die Magnetostraktionskurve ($\Delta l/l$ -H-Kurve) vorschreibt, abhängen. — Betrachtet man die übliche Darstellung von Magnetostraktionskurven, etwa gemäß Diagramm Abb. 1, beispielsweise von Nickel, welches wegen des relativ hohen Effekts der Längsmagnetostraktion das meist verwendete Material ist, so erkennt man sofort, daß keinesfalls eine formtreue Umsetzung der elektrischen Schwingungsform in die mechanische stattfinden kann, und daß außerdem wegen der Unabhängigkeit der Längenänderung von der magnetischen Feldrichtung Frequenzverdopplung eintreten muß, sofern nicht eine magnetische Polarisierung vorhanden ist. Die Spiege-

lung einer anregenden sinusförmigen Stromkurve an der $\Delta l/l$ -H-Kurve gäbe an sich schon, wie leicht zu erkennen ist, eine relativ verwickelte Schwingungsform des Stabendes. Tatsächlich ergibt sich jedoch

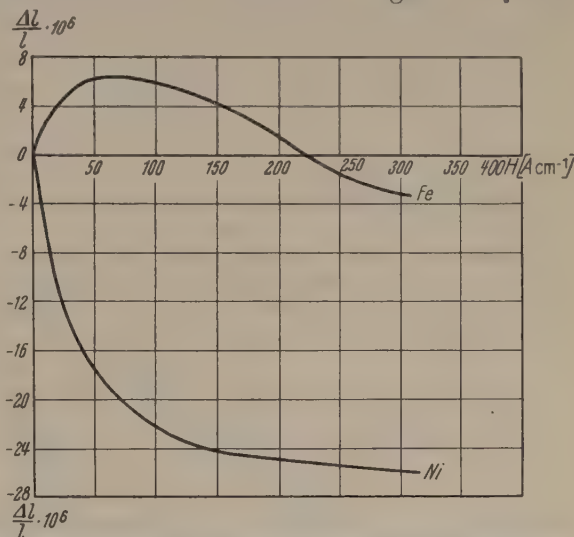


Abb. 1. Magnetostraktion von Nickel und Eisen. Relative Längenänderung als Funktion der zunehmenden magnetischen Polarisisation.

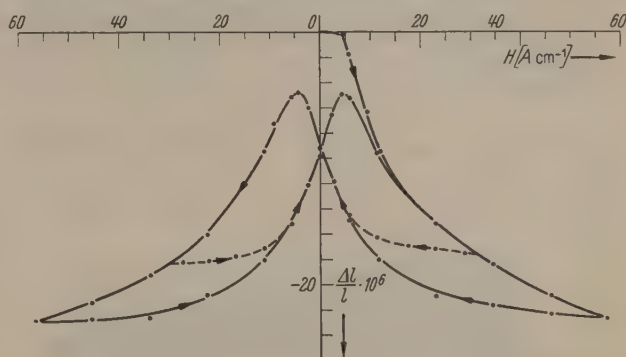


Abb. 2. Magnetostraktion von Nickel bei zu- und abnehmendem magnetischem Feld.

eine viel kompliziertere Kurvenform für die mechanische Schwingung, wenn man die Hysterese der Magnetostraktion berücksichtigt. — NAGAOKA [1] hat diese Hysterese gefunden und gemessen; danach ist eine erhebliche Abweichung des Verlaufs der $\Delta l/l$ -H-Kurve zwischen zu- und abnehmender magnetischer Polarisierung vorhanden, wie dies sehr eindrucksvoll die Kurvenzüge für Nickel Abb. 2 zeigen. Die Pfeile geben die Richtung der magnetischen Polarisierung an; es wurde der Verlauf der Magnetostraktion für zwei verschiedene äußere Feldstärken, 30 A cm⁻¹ und 57 A cm⁻¹, in beiden Richtungen gemessen und aufgetragen. — Wird nunmehr die erregende sinusförmige Stromkurve an einem dieser Kurvenzüge gespiegelt, so ergeben sich sehr komplizierte Schwingungsformen. Abb. 3 zeigt die sich am Stabende ausbildende Schwingungsform eines Schwingers nullter Ordnung aus technisch reinem, gealtertem Nickel bei sinusförmiger

Anregung und magnetischer Polarisierung derart, daß durch die entsprechende Stromamplitude gerade die Vormagnetisierung des Stabes kompensiert wird. —

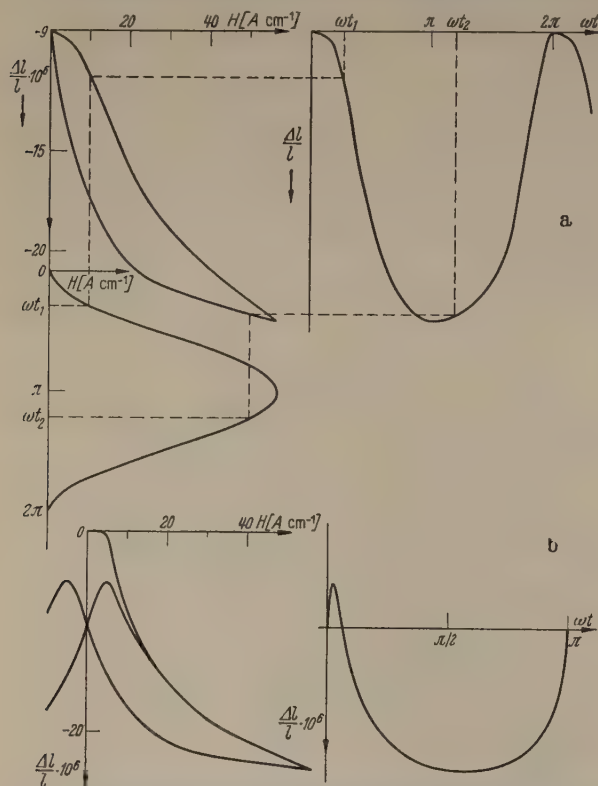


Abb. 3a u. b. Die Form magnetostraktiv außerhalb der Resonanz mit sinusförmigem Strom angeregter mechanischer Schwingungen eines magnetisch polarisierten (a) und unpolarisierten (b) Nickelstabes. Die Kurve der mechanischen Schwingung wird durch Spiegelung der Sinus-Stromkurve an der Magnetostraktionskurve unter Berücksichtigung der Hysterese der Magnetostraktion gewonnen. Gezeichnet ist jeweils eine volle Periode.

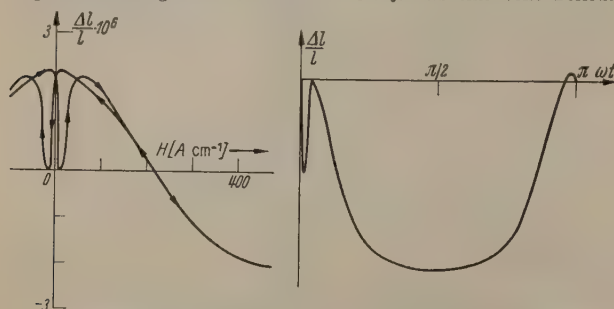


Abb. 4. Außerhalb der Resonanz magnetostraktiv angeregte mechanische Schwingungen eines Eisenstabes ohne magnetische Polarisierung; die Schwingungsform ist infolge des VILLARI-Punktes, den die Kurve aufweist, besonders kompliziert. Gezeichnet ist eine volle Periode.

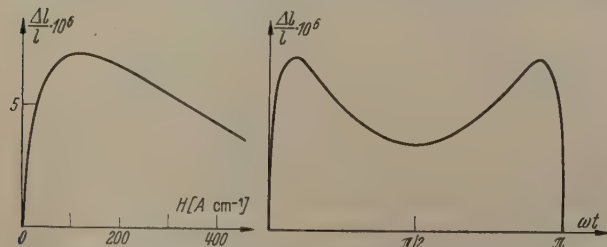


Abb. 5. Außerhalb der Resonanz magnetostraktiv angeregte mechanische Schwingungen eines Stabes aus einer Eisen-Silizium-Legierung mit 1,7% Siliziumgehalt. Gezeichnet ist eine volle Periode.

Das Ergebnis der FOURIER-Analyse geht aus der neben dem Diagramm aufgeführten Tabelle hervor. — Die Abbildung zeigt weiter die Form der mechanischen Schwingungen bei Betrieb eines Nickelschwingers ohne Polarisierung, wie dies für Zwecke der Ultraschall-erzeugung oft üblich ist. Hierbei ergibt die Analyse

eine größere Zahl Harmonische mit nennenswerter Amplitude als im polarisierten Zustand, wie ohne weiteres aus der komplizierteren Kurvenform bereits

Tabelle 1 zu Abb. 3a.

Koeffizienten der FOURIER-Entwicklung			
Kosinusglieder		Sinusglieder	
A_0	2,46		
A_1	67,7	B_1	19,8
A_2	18,9	B_2	11,2
A_3	4,6	B_3	1,5
A_4	0,16	B_4	— 1,8
A_5	0,21	B_5	— 1,7
A_6	0,08	B_6	— 0,45
A_7	0,02	B_7	— 0,15
A_8	0,18	B_8	— 0,45
A_9	0,2	B_9	— 0,73
A_{10}	0,45	B_{10}	— 0,32
A_{11}	0,15	B_{11}	— 0,00
A_{12}	0,1	B_{12}	— 0,01

Tabelle 2 zu Abb. 3b.

Koeffizienten der FOURIER-Entwicklung			
Kosinusglieder		Sinusglieder	
A_0	— 53,76		
A_1	26,3	B_1	9,0
A_2	12,7	B_2	8,1
A_3	7,4	B_3	7,2
A_4	4,7	B_4	4,1
A_5	4,0	B_5	3,0
A_6	2,0	B_6	2,3
A_7	1,4	B_7	1,8
A_8	0,9	B_8	2,0
A_9	0,65	B_9	1,2
A_{10}	0,45	B_{10}	1,0
A_{11}	0,24	B_{11}	0,85
A_{12}	0,13	B_{12}	0,6
A_{13}	— 0,11	B_{13}	0,55
A_{14}	— 0,31	B_{14}	0,33
A_{15}	— 0,3	B_{15}	0,2
A_{16}	— 0,22	B_{16}	0,21
A_{17}	— 0,23	B_{17}	0,2
A_{18}	— 0,17	B_{18}	0,1

anschaulich folgt. — Bei akustisch-elektrischer Wandlung (VILLARI-Effekt) sind die Verhältnisse einfacher, da es nicht zum Umbrechen WEISSscher Bezirke bzw. Bezirkskomplexe kommen kann.

Von Interesse sind die magnetostraktiv erregten Schwingungen, die ein Transformator abstrahlt. Sofern es sich um einen in Luft betriebenen handelt, kann der abgestrahlte Schall ohne nachteilige Folgen sein. Bei Betrieb unter Öl kann jedoch die Tatsache,

Tabelle 3 zu Abb. 4.

Koeffizienten der FOURIER-Entwicklung			
Kosinusglieder		Sinusglieder	
A_0	— 28,9		
A_1	19,4	B_1	— 0,1
A_2	7,7	B_2	0,05
A_3	1,5	B_3	— 0,4
A_4	— 0,63	B_4	— 0,3
A_5	— 0,78	B_5	— 0,18
A_6	— 0,6	B_6	— 0,25
A_7	— 0,54	B_7	— 0,42
A_8	— 0,6	B_8	— 0,65
A_9	— 0,4	B_9	— 0,5
A_{10}	— 0,3	B_{10}	— 0,47
A_{11}	— 0,27	B_{11}	— 0,47
A_{12}	— 0,12	B_{12}	— 0,55
A_{13}	— 0,11	B_{13}	— 0,55
A_{14}	— 0,2	B_{14}	— 0,6
A_{15}	— 0,13	B_{15}	— 0,55
A_{16}	0,00	B_{16}	— 0,47
A_{17}	0,02	B_{17}	— 0,36
A_{18}	0,01	B_{18}	— 0,44

Tabelle 4 zu Abb. 5.

Koeffizienten der FOURIER-Entwicklung			
Kosinusglieder		Sinusglieder	
A_0	49,29		—
A_1	13,8		—
A_2	3,4		—
A_3	7,0		—
A_4	6,6		—
A_5	5,8		—
A_6	4,8		—
A_7	3,6		—
A_8	3,2		—
A_9	2,9		—
A_{10}	2,5		—
A_{11}	1,8		—
A_{12}	2,0		—
A_{13}	1,9		—
A_{14}	1,8		—
A_{15}	1,7		—
A_{16}	1,5		—
A_{17}	1,4		—
A_{18}	1,2		—

daß jeder Transformator einen magnetostraktiven Schallgeber darstellt, wichtig werden.

Bei Eisen als magnetostraktivem Material liegen die Dinge noch wesentlich verwickelter als bei Nickel, wie dies die Eisenkurve von Abb. 1 erkennen läßt. Die Längenänderung wechselt mit zunehmender magnetischer Polarisierung des Stabes ihr Vorzeichen; sie ist zunächst positiv, geht beim VILLARI-Punkt auf Null zurück und wird danach negativ. Daneben liegt ein recht komplizierter Verlauf der $\Delta l/l$ -H-Kurve

vor. Wie leicht zu erkennen ist, ergeben sich bei Eisen je Sinusschwingung des anregenden Wechselstromes zwei positive und zwei negative Längen-

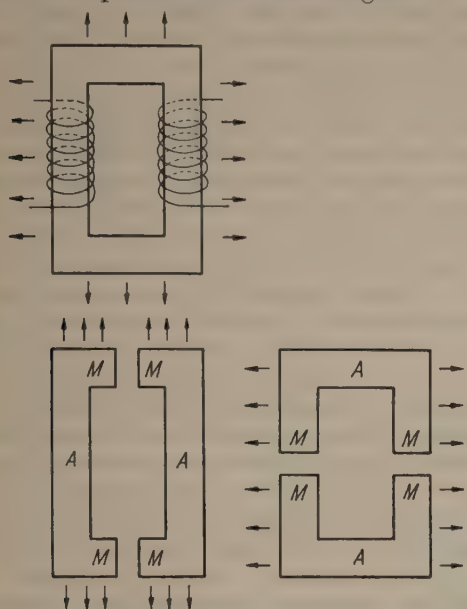


Abb. 6. Tonpilzeigenschaften eines Eisentransformators als magnetostriktiver Schallgeber. Die Pfeile stellen Wellenvektoren dar.

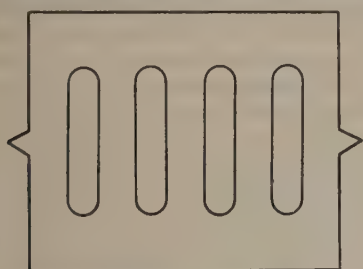


Abb. 7. Tonpilz-Nickelblech für magnetostriktive Schwingen.

änderungen des Stabendes, wenn der Stab nicht vormagnetisiert ist und mit magnetischen Feldamplituden gearbeitet wird, die den VILLARI-Punkt überschreiten.

Abb. 4 gibt den Verlauf der mechanischen Schwingungen bei einer bestimmten Stromamplitude wieder. Bei dieser Kurve ergibt die FOURIER-Analyse, deren Resultate in der zugehörigen Tabelle zusammengestellt sind, eine außerordentliche Mannigfaltigkeit an Harmonischen.

In diesem Zusammenhang interessiert besonders das magnetostriktive Verhalten von speziellen Transformator-kernmaterialien, z. B. Eisen-Silizium-Legierungen. Wie A. SCHULZE [2] gezeigt hat, rückt der VILLARI-Punkt mit zunehmendem Siliziumgehalt immer mehr in das Gebiet größerer Feldstärke. Bei den in der Praxis noch häufig vorkommenden Blechsorten mit etwa 4% Siliziumgehalt liegt der VILLARI-Punkt, wenn überhaupt noch vorhanden, außerhalb des bei den SCHULZESchen Untersuchungen angewandten äußeren Magnetfeldes von 450 Gauß. — Legierungen mit 0,1 und 1% Silizium haben VILLARI-Punkte innerhalb des Feldbereichs (300 und 400 Gauß). — Abb. 5 zeigt den Verlauf der mechanischen Schwingung bei einem Siliziumgehalt von 1,7% ohne Vormagnetisierung, wie dies ja dem Fall der Praxis entspricht. Auch hier ergibt die FOURIER-Analyse Frequenzen hoher Ordnung, wie aus der zugehörigen Tabelle hervorgeht.

Betrachtet man einen Transformator als magnetostriktives Schwinggebilde, so erkennt man, daß alle Stirnflächen strahlen; man kann ihn sich aus einzelnen Tonpilzen zusammengesetzt vorstellen, wie dies Abb. 6 veranschaulicht. — Der ideale Tonpilz besteht aus zwei Teilen, dem anregenden, longitudinal schwingenden Stab und dem normal zum Strahlflächenvektor befindlichen, als unendlich starr vorauszusetzenden Kolben, der den Strahlungswiderstand vergrößert. Diese exakte Trennung beider Tonpilzteile liegt sowohl beim Transformator wie auch bei den üblichen technischen magnetostriktiven Gebern und Empfängern nicht vor, wie aus Abb. 7 folgt. Die anregenden Teile sind gleichzeitig Kolben und umgekehrt. — Wie RUST [3] gezeigt hat, haben derartige Tonpilze im

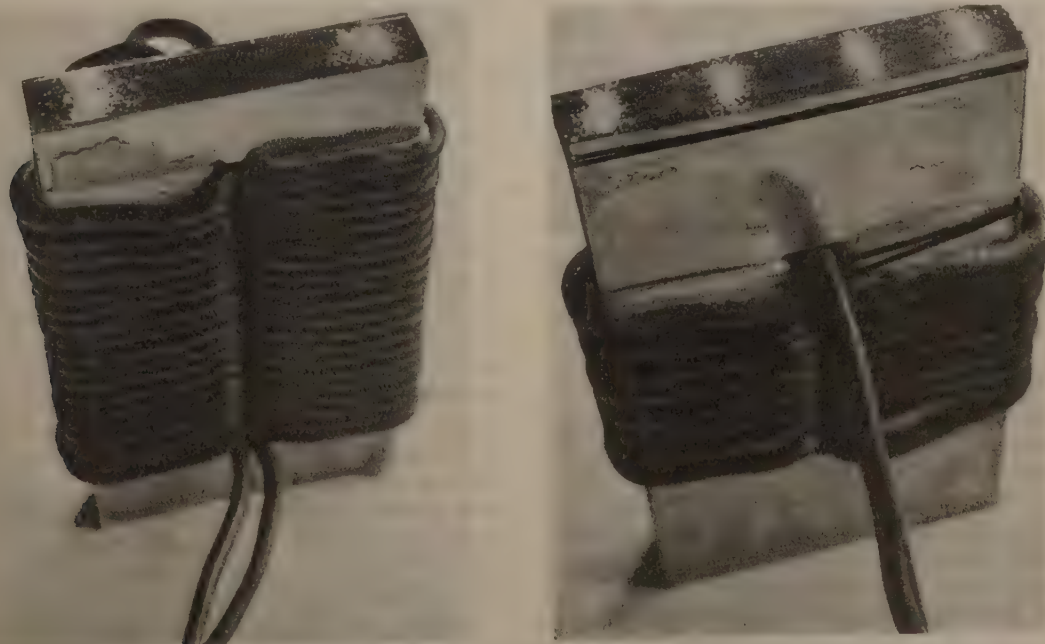


Abb. 8. Aus Kernblechen zusammengesetzte magnetostriktive Nickel-Schwingen. Im Gebiet höherer Frequenzen (links 18 kHz, rechts 22 kHz) sind keine Tonpilzeigenschaften mehr vorhanden; die Schwingen stellen dann Strahler höherer Ordnung dar, wie aus den durch liegende Ebenen Sand während des Schwingens markierten Knotenlinien hervorgeht.

Gebiet höherer Frequenzen keine Tonpilzeigenschaften mehr, d. h. die mit den longitudinalen Anregern A (Abb. 6) verbundenen Massen M schwingen nicht, wie es vom Tonpils verlangt wird, als starre, nicht deformierbare Kolben und damit als Strahler erster Ordnung — für den einzelnen Kolben betrachtet —, sondern es bilden sich transversale Schwingungen derart aus, daß auf der Kolbenoberfläche Knotenlinien entstehen. Die einzelnen Flächenelemente auf dem Kolben (Masse M) schwingen nicht konphas und haben unterschiedliche Amplitude. Abb. 8 zeigt dies deutlich an zwei aus Nickel-Kernblech unterschiedlicher Form aufgebauten Schwingern, auf deren eine Strahlerfläche Sand gestreut wurde, um die Bewegungsverhältnisse zu studieren. Während des Schwingens (Resonanzanregung) werden die Körner von den bewegten Flächenteilen fortgeschleudert; die bewegungslosen Flächenelemente markieren sich durch liegendebliebenen Sand als Knotenlinien (angekoppeltes Medium: Luft). Die Frequenz betrug 18 bzw. 22 kHz. Die beiden Kernblechformen haben verschieden starke Kolben, wodurch sich die unterschiedliche Knotenlinienzahl erklärt. — Bei Anregung derartiger Gebilde außerhalb ihrer longitudinalen Eigenfrequenz kann es zu sehr verwickelten Schwingungsformen der strahlenden Fläche kommen, so daß infolge Interferenz zwischen den Partialstrahlungen benachbarter Flächenteile Richteffekte und damit eng begrenzte Bündel hoher Schallenergiedichte zustande kommen können.

Es ist seit langem bekannt, daß Schallschwingungen des Nieder- und Hochfrequenzgebietes in Flüssigkeiten chemische Änderungen verschiedener Art hervorrufen können [4] und so ist zu erwarten, daß auch durch die Strahlung von Transformatoren, die sich in flüssigen Dielektrika zwecks elektrischer Isolierung und Wärmeabführung befinden, chemische Veränderungen in denselben eintreten könnten. Ganz besonders unterliegen — wie es scheint — Kohlenwasserstoffe, die in Spuren Wasser enthalten oder Wasser, das in Spuren Kohlenwasserstoff enthält, dem Einfluß von Schallwellen. — So ist z. B. bei Beschallung von reinem Tetrachlorkohlenstoff, selbst bei sehr großen Intensitäten, keinerlei Wirkung zu beobachten. Befinden sich jedoch Spuren von Tetrachlorkohlenstoff in Wasser, etwa so viel, wie Wasser echt löst, so wird bei Beschallung Chlor frei. Das ist ein sehr bemerkenswerter Sachverhalt, um so mehr, als in diesem Falle bereits sehr kleine Schallenergiedichten zur Spaltung des stabilen Tetrachlorkohlenstoffmoleküls ausreichen [5]. Der Wirkungsmechanismus scheint, wie HAUL, STUDT und RUST annehmen, darin begründet zu sein, daß sich Tetrachlorkohlenstoffmolekülkomplexe, etwa in Form von Solvaten, bilden, die in Schwingungen geraten. Hierbei sind Wahrscheinlichkeiten für die Sprengung einzelner Moleküle vorstellbar. — Die Eigenfrequenz diskreter Moleküle liegt im Ultraroten. Man könnte auf die Vermutung kommen, daß Oberschwingungen sehr verzerrter Ultraschallschwingungen (z. B. bei Impulsbetrieb oder Halbwellenbetrieb, bei denen die Analyse dem FOURIER-Integral gehorcht und somit ein Frequenzspektrum zwischen null und unendlich abgestrahlt wird) im Molekülresonanzgebiet liegen könnten. — Eine Anregung einzelner Moleküle auf diese Weise anzunehmen scheint jedoch abwegig, da wegen der im allgemeinen mit der Frequenz quadratisch zunehmenden Absorption nur eine sehr kleine

Reichweite für die in Frage stehenden hohen Frequenzen zustande käme. Schätzt man roh ab, so ergeben sich für den e -ten Teil der Amplitude Aufpunkte die Bruchteile von einem Millimeter Abstand vom Strahler haben. Die diesbezüglichen Versuche ergaben jedoch den beschriebenen Effekt bei Aufpunkten die mehr als 1 cm Abstand vom Strahler hatten [5]. Wendet man die vorerwähnten Betrachtungen über die Sprengung des Tetrachlorkohlenstoffmoleküls (andere aliphatische Polyhalogenide zeigen ähnliches Verhalten) auf die Verhältnisse der in Isolieröl befindlichen Transformatoren an, so könnte man auf die Vermutung kommen, daß Ähnliches zustande kommen kann. — Schallwirkungen in Form von Oxydationen sind vor allem bei Gegenwart von Wasser vorauszu- sehen. — Bekanntlich entsteht unter der Einwirkung von Schall auf Wasser Sauerstoff infolge von durch Kavitation hervorgerufener Glimmelektrolyse [6]. Allein dieses Phänomen kann einen ganzen Komplex chemischer Wirkungen¹ nach sich ziehen, da der Sauerstoff in statu nascendi eine gleichzeitig durch die Schalleinwirkungen bedingte, veränderte Reaktionslage der Umgebungssubstanz vorfindet. Durch diese unter ständigen Einfluß von Schall bewirkte Reaktionslage sind chemische Umsetzungen denkbar, die statisch nicht einzutreten brauchen. — Die chemischen Veränderungen, die an Transformatorenölen gefunden werden, könnten zum Teil auf dem beschriebenen Wirkungsmechanismus beruhen. Die Tatsache, daß Kabelöle von Gleichspannungskabeln symptomlos [7] bleiben, solche von Wechselspannungskabeln aber den gleichen Veränderungen wie bei Transformatorenölen unterliegen, scheint auf durch Schallwellen ausgelöste chemische bzw. physikalisch-chemische Veränderungen, möglicherweise gemeinsam mit dem VOLTOL-Effekt [8], hinzudeuten. Beim Wechselspannungskabel kommen infolge MAXWELLScher Kräfte Schallwellen mit der doppelten Frequenz der elektrischen zustande. — Späteren grundlegenden Untersuchungen muß es vorbehalten bleiben, zu klären, ob eine auf Grund des soeben mitgeteilten Sachverhalts naheliegende Schalleinwirkung auf Isolieröle zustande kommt, in welchem Maße dies der Fall ist und ob der VOLTOL-Effekt mitwirkend oder initiiierend in Erscheinung tritt. — Sicher ist jedoch hierbei, daß die Schallwellen die in Isolierölen gelösten und adsorbierten Gase befreien. Allein dieser Effekt kann zu schwerwiegenden elektrischen Folgen — besonders bei Kabel- und Kondensatorölen — Anlaß geben, da infolge des Unterschiedes zwischen den Dielektrizitätskonstanten von Isolieröl und Gas Feldstärken in den Gaskugeln auftreten können, die zur Glimmentladung führen.

So scheint es wünschenswert, Mittel und Wege zu finden, die Isolieröle in Transformatoren vor der Schalleinwirkung zu schützen. — Hierfür sind zwei Möglichkeiten denkbar, einmal die Verhinderung der Magnetostriktion oder zum anderen eine Schallschirmung zwischen den strahlenden Transformatorkernflächen und dem Isolieröl. Beide Wege sind gangbar und es wäre noch zu untersuchen, welcher der technisch bessere und wirtschaftlichere ist.

Wie A. SCHULZE [2] ermittelt hat, weist eine Eisen-Silizium-Legierung mit 7% Siliziumgehalt keine

¹ Bekanntlich wirkt gerade Sauerstoff in kleinen Mengen und besonders im naszierenden Zustand als kräftiger Katalysator für Polymerisationen.

Magnetostriktion mehr auf. Das gleiche trifft übrigens auch für eine Eisen-Nickel-Legierung mit einem Nickelgehalt von 81 % zu, bei der die Magnetostriktion verschwindet [2] (Legierung mit hoher Anfangspermeabilität). Durch Wahl eines derartigen Materials würde also keine Schallerzeugung mehr eintreten können. Es ist nur die Frage, ob sich aus einer solchen Legierung noch mit vertretbarem Aufwand Bleche der erforderlich kleinen Dicke auswalzen lassen, da bekanntlich mit zunehmendem Siliziumgehalt die Sprödigkeit derartigen Legierungen enorm ansteigt.

Die zweite Möglichkeit, die der Schallschirmung, könnte dadurch realisiert werden, daß die strahlenden Flächen mit einem Stoff überzogen werden, der einen großen Reflexionsgrad besitzt. Das wäre z. B. Luft (an der Grenze zwischen festem und gasförmigem Medium findet fast 100%ige Reflexion statt). — Man könnte daran denken, Zellenmaterial — quellbeständige Kunststoffe, wie Thiokol, Igelit oder ähnliche, die kleine, untereinander nicht verbundene Gaseinschlüsse besitzen — zu verwenden. An der Vielzahl dieser Hohlräume findet fast vollkommene Schallreflexion statt. Infolge des geringen Wärmeleitvermögens derartiger Kunststoffe sowohl wie auch der Gaseinschlüsse ergibt sich jedoch der Nachteil, daß der Transformator-kern thermisch isoliert wird und eine Leitungswärmeabgabe vom Kern an das Isolieröl sehr erschwert wird. Möglicherweise genügt aber für die Wärmeabführung die Strahlung, da die genannten Kunststoffe und viele andere organische im allgemeinen für thermische Wellen einen kleinen Extinktionskoeffizienten besitzen.

Zum Schluß möchte ich den Herren E. BAILITES und H. DRUBBA, die mir bei der Ausführung von für die vorliegenden Untersuchungen erforderlichen Arbeiten in lebenswürdiger Weise geholfen haben, meinen Dank aussprechen. Desgleichen danke ich den Herren HABICH und Dr. HELLER vom Deutschen Hydrographischen Institut Hamburg, für ihre Unterstützung bei der Ausführung der FOURIER-Analyse.

Zusammenfassung.

Es wird dargelegt, daß bei magnetostriktiver Anregung longitudinal schwingender Stäbe mit sinus-

förmigem Strom außerhalb der Resonanz mechanische Schwingungen zustande kommen, die sich mit Hilfe von statisch aufgenommenen Magnetostriktionskurven, unter Beachtung der Hysteresis der Magnetostriktion, ergeben. Die mit technisch reinem Nickel, mit und ohne magnetischer Polarisierung, mit Eisen und Eisen-Silizium-Legierung ohne magnetischer Polarisierung gewonnenen Kurvenformen zeigen, daß sehr komplizierte, obertonreiche Schwingungen entstehen. — Während das erste Beispiel mit reinem Nickel und zwar sowohl polarisiert wie unpolarisiert, in erster Linie die Erzeugung von Ultraschall angeht, zeigen die beiden weiteren Beispiele die Abstrahlverhältnisse bei technischen Transformatoren. — Infolge der Fähigkeit von Schallwellen, in Flüssigkeiten chemische Wirkungen hervorzurufen, sowie gelöste und adsorbierte Gase freizusetzen, liegt die Vermutung nahe, daß die Schallabstrahlung von unter Öl betriebenen Transformatoren einen schädlichen Einfluß auf die Isoliereigenschaften des Öls ausübt. Diese Annahme erfährt noch eine Unterstützung durch die Tatsache, daß Kabelöle in Wechselspannungskabeln (Schallerzeugung infolge MAXWELLScher Kräfte) der gleichen Veränderung wie Transformatorenöle unterliegen; man beobachtet derartige Wirkungen jedoch nicht bei Kabelölen in Gleichspannungskabeln. — Es werden Vorschläge zur Verhinderung der auf Grund des dargelegten Sachverhalts vermutlich schädlichen Schallstrahlung gemacht und erörtert.

Literatur. [1] NAGAOKA, H.: *Phil. Mag.* (5) **37**, 131 (1894). — [2] SCHULZE, A.: *Z. Physik* **50**, 448 (1928). — [3] RUST, H. H.: Interner, unveröffentlichter Forschungsbericht. Deutsche Betriebsgesellschaft für drahtlose Telegraphie 1938/39. — [4] BERGMANN, L.: *Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik*. Stuttgart 1949. — [5] HAUL, R., H. J. STÜDT u. H. H. RUST: *Z. angew. Chem.* **62**, 186 (1950). — [6] KLEMENC, A., u. T. KANTOR: *Z. phys. Chem. Abt. B* **27**, 359 (1934). — [7] EVERS, F.: Deutsche Shell A.G., Hamburg, persönliche Mitteilung. — [8] EVERS, F.: *Siemens-Z.* **15**, 125 (1935).

Dr. HANS HEINRICH RUST, Hamburg 39, Andreasstr. 33.

Eine positive Emission an der Glühkathode.

Von KARL HEINZ STEIGERWALD.

(Aus den Süddeutschen Laboratorien, Mosbach i. Baden.)

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. September 1950.)

Nähere Untersuchungen an Elektronenstrahlerzeugern vom Typ der Fernfokuskathoden [1], welche bei Elektronenmikroskopen verwendet werden, zeigten neben der Elektronenstrahlung auch eine schwache Ionenstrahlung, die nur in einem bestimmten Temperaturbereich nachweisbar ist. Der Versuchsaufbau, mit welchem die Strahlung aufgefunden wurde, ist in Abb. 1 schematisch dargestellt. Der Strahl einer aus Glühkathode und Steuerelektrode bestehenden Strahlquelle fällt durch ein 80 cm langes Rohr unmittelbar auf den Leuchtschirm. Die Glühkathode liegt auf —50 kV gegen Anodenpotential. Für die Steuerelektrode ist eine regelbare, gegenüber Kathode negative Spannung vorgesehen. Bei einer Steuerspannung von —290 V wird der Elektronenstrahl gesperrt.

Überraschenderweise beobachtet man auch dann, wenn der Strahl durch ausreichende negative Vorspannung der Steuerelektrode völlig gedrosselt ist, in vielen Fällen eine Strahlungserscheinung auf dem Leuchtschirm. Es zeigt sich, daß die Intensität dieser Strahlung von der Heiztemperatur der Glühkathode abhängt. Bei dunkler Rotglut des Heizfadens weist sie ein deutliches Maximum auf. Oberhalb und unterhalb dieser Temperatur sinkt die Intensität ziemlich schnell so weit ab, daß auf dem Leuchtschirm keine Strahlung mehr festgestellt werden kann. Erhöht man die negative Vorspannung der Steuerelektrode, so nimmt die Helligkeit der Leuchterscheinung langsam zu. Ebenso verhält sie sich bei ansteigender Spannung zwischen Kathode und Anode. Anzeichen, welche auf

Glimmentladungen schließen lassen, sind nicht zu beobachten. Eine Aufnahme der Leuchterscheinung zeigt Abb. 2. Da die rund -300 V betragende Vorspannung der Steuerelektrode gegenüber Kathode ein Durchgreifen des Beschleunigungsfeldes von der Anode her auf den Glühfaden verhindert, kann keine negative Emission vom Glühfaden in den Anziehungsbereich der Anodenblende gelangen. Eine Erklärung des Vorganges erscheint daher nur möglich, wenn man annimmt, daß positive, an der Kathode freiwerdende Teilchen zur Steuerelektrode hin beschleunigt werden. Lösen sie dort beim Auftreffen Elektronen aus, so

Die von uns beobachtete Erscheinung unterscheidet sich von den bisherigen Beobachtungen dadurch, daß sie nur in einem begrenzten Temperaturbereich des Glühfadens auftritt. Sie ist mit Sicherheit reproduzierbar. Der Gegensatz zwischen der in der Literatur beschriebenen Temperaturabhängigkeit und der geschilderten Erscheinung erschien einer genaueren Untersuchung wert.

Um zunächst den Nachweis zu erbringen, daß es sich tatsächlich um positive Ionen handelt, wurde eine einfache Anordnung zur Erzeugung eines Ionenstrahls aufgebaut, welche in Abb. 3 schematisch wiederge-

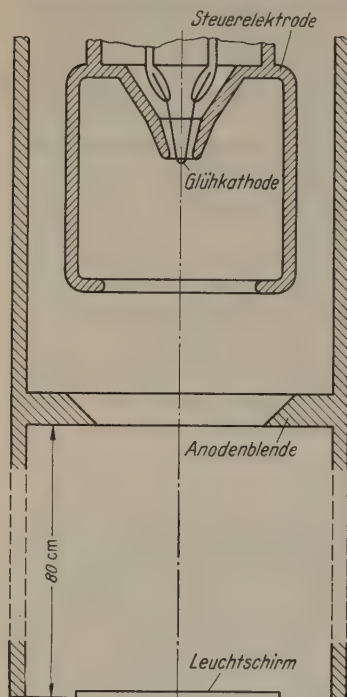


Abb. 1.

Abb. 1. Versuchsanordnung zur Beobachtung der Fokussierungseigenschaften von Strahlerzeugungssystemen.

Abb. 2. Strahlungserscheinung bei gesperrtem Elektronenstrahl. Maßstab 1:1.

Abb. 3. Anordnung zum Nachweis positiver Ionenemission.

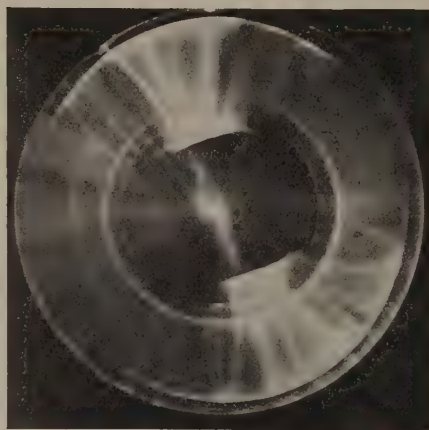


Abb. 2.

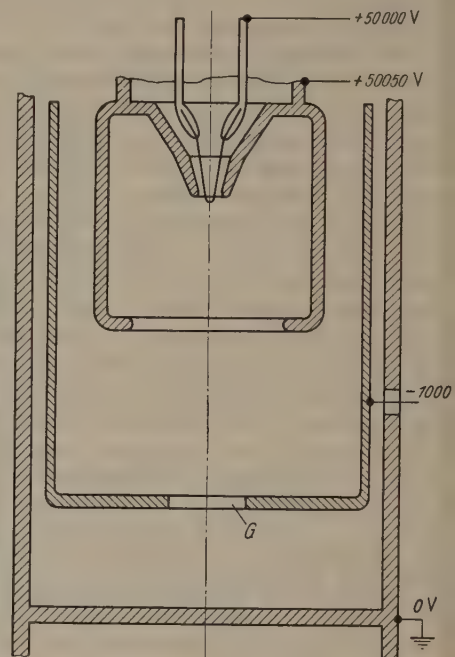


Abb. 3.

werden diese teilweise auf den gegen die Steuerelektrode positiven Glühfaden zurückgeworfen, zum anderen Teil werden sie durch das zwischen Steuerelektrode und Anode liegende Beschleunigungsfeld abgesaugt und zum Leuchtschirm hin beschleunigt. Der Glühfaden ist also bei diesem Vorgang als Glühkathode gegenüber der Steuerelektrode zu betrachten.

Die Erzeugung positiver Ionen mit Glühkathoden ist bekannt und weitgehend untersucht [2]. Beim Glühen von Metalldrähten entstehen die positiven Ionen im allgemeinen durch verdampfende Verunreinigungen des Metalls. Meistens können mehrere Ionenarten festgestellt werden, wobei K^+ und Na^+ -Ionen vorherrschend sind. Alle uns zugänglichen Arbeiten stimmen darin überein, daß die Ionenemission einer ähnlichen Temperaturabhängigkeit folgt, wie die Emission von Elektronen. Dies bedeutet also, daß die Ionenausbeute mit der Temperatur der Glühkathode im wesentlichen exponentiell ansteigt. Dabei wird die Temperaturabhängigkeit von den Verdampfungs- und Diffusionseigenschaften der die Ionen liefernden Materialien beeinflusst. Da diese Verunreinigungen wegdamfen, sinkt die Ionenintensität mit der Zeit ab und geht asymptotisch gegen Null. Die Abfallzeiten sind sehr verschieden.

geben ist. Als Strahlquelle dient die in Abb. 1 dargestellte Elektrodenanordnung. Der Glühfaden ist jetzt Glühkathode. Zwischen Glühkathode und Kathode liegt eine Spannung von 50 kV . Für die Steuerelektrode ist eine regelbare, gegenüber der Glühkathode positive Vorspannung vorgesehen. Da zu erwarten ist, daß der Ionenstrahl an der Kathode eine starke Emission von Sekundärelektronen erzeugt, muß dafür gesorgt werden, daß diese die Messung des Ionenstroms nicht fälscht. Aus diesem Grund ist die Blende G im Strahlengang angeordnet. Sie wird gegen Kathode ausreichend stark negativ vorgespannt, damit die ausgelösten Sekundärelektronen nicht gegen sie anlaufen können. Um den Ionenstrahl genauer zu beobachten, wurde an der Kathode ein Leuchtschirm angebracht.

Das Ergebnis der Untersuchungen bestätigt das Auftreten der Ionenemission mit der erwarteten Temperaturabhängigkeit. Schon bei schwachem Heizen eines neuen Wolframglühfadens zeigt sich ein Ionenstrahl auf dem Leuchtschirm. Dieser verhält sich zunächst in der üblichen Weise und folgt dem aus der Literatur bekannten Intensitätsverlauf mit ansteigender Temperatur. Die hier beobachteten Ionenströme rühren von den oberflächlichen Verunreinigungen des Wolframs her. Die entstehenden Strahlströme sind von der Größenordnung 10^{-7} bis 10^{-8} A . Wird der

ZEITSCHRIFT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK

HERAUSGEGEBEN VON

W. MEISSNER R. VIEWEG G. JOOS

ZWEITER BAND

MIT 668 TEXTABBILDUNGEN



SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG
J. F. BERGMANN / MÜNCHEN

1950

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg.

Springer-Verlag, Berlin · Göttingen · Heidelberg.

Printed in Germany.

Inhaltsverzeichnis.

GLUBRECHT, HELLMUT, Elektrisches Rechenggerät für Gleichungen höheren Grades. Mit 11 Textabbildungen	1	GÜTTNER, WERNER, Kristallmikrophon für Wasserschall. Mit 11 Textabbildungen	206
EULER, J., und A. FIEBIGER, Über das Flickern der Bogenlichtkohlcn. Mit 2 Textabbildungen	8	WURM, MAX, Beiträge zur Theorie und Praxis des Feldstärkedifferenzmessers für magnetische Felder nach FÖRSTER. Mit 6 Textabbildungen	210
HELMBOLD, H. B., Zur Entstehung eines freien Verdichtungsstoßes in der stationären ebenen Unterschallströmung. Mit 5 Textabbildungen	9	SCHMIDT, HUBERT MARTIN, Zum Problem der eindeutigen Frequenzmessung durch Vergleich mit festen Normalfrequenzen. Mit 8 Textabbildungen	219
WILSDORF, HEINZ, Über das Wachstum elektrolytisch erzeugter poriger Aluminiumoxydschichten. Mit 7 Textabbildungen	17	UTTERMANN, GUSTAV, Messung der elektrischen und magnetischen Konstanten von Halbleitern bei Ultra-Hochfrequenz in der konzentrischen Meßleitung. Mit 5 Textabbildungen	233
LEHRER, ERWIN, und EDGAR EBBINGHAUS, Ein Apparat zur Sauerstoffmessung in Gasgemischen auf magnetischer Grundlage. Mit 6 Textabbildungen	20	FÜNFER, EWALD, und HUGO NEUERT, Über das Verhalten von Zählrohren mit reiner Dampfzuführung im Auslöse- und Proportionalbereich. Mit 19 Textabbildungen	241
FÜNFER, EWALD, Zur Wirkungsweise von Röntgenblitzrohren. Mit 8 Textabbildungen	25	BOETTCHER, A., Über die Oxydation aufgedampfter AlMg- und AlAg-Legierungen im Vakuum. Mit 6 Textabbildungen	249
GÜTTNER, WERNER, Kristallhörer für tragfähige Hörhilfen. Mit 14 Textabbildungen	33	SCHALL, RUDI, Die Zustandsgleichung des Wassers bei hohen Drucken nach Röntgenblitzaufnahmen intensiver Stoßwellen. Mit 10 Textabbildungen	252
RUST, HANS HEINRICH, und HELMUT ENDESFELDER, Verfahren zur Messung kleiner Gleichspannungen. Mit 3 Textabbildungen	39	JELLINGHAUS, WERNER, Ein Gleichspannungsverstärker als Kraftverstärker und Temperaturregler. Mit 13 Textabbildungen	254
LINDE, HERMANN, Über das Ausfrieren von Dämpfen aus Gas-Dampfgemischen bei atmosphärischem Druck. Mit 9 Textabbildungen	49	BECKER, E. W., E. DÖRNBURG und W. WALCHER, Ein Massenspektrometer zur Bestimmung von Isotopenmischungsverhältnissen. Mit 12 Textabbildungen	261
WENZL, F., Plasma und LANGMUIR-Schicht. Zur Theorie elektrischer Sonden in Gasentladungen. Mit 19 Textabbildungen	59	HILLIER, J., und E. G. RAMBERG, Kontrasterhöhung in der Elektronenmikroskopie. Mit 11 Textabbildungen	273
GÜTTNER, WERNER, Elektromagnetische Kleinhörer für tragfähige Hörhilfen. Mit 19 Textabbildungen	76	BORGNIS, FRITZ, Über eine einfache Näherungsformel zur Bestimmung der Resonanzfrequenz beim Hohlraummagnetron. Mit 2 Textabbildungen	278
SCHALL, RUDI, Feinstrukturaufnahmen in ultrakurzen Zeiten mit dem Röntgenblitzrohr. Mit 9 Textabbildungen	83	KNOOP, ERNST, und WERNER KROEBEL, Zündvorgang und Entladungsverlauf in Gastrioden. Mit 15 Textabbildungen	281
GIERKE, HENNING VON, Über Schneidentöne an kreisrunden Gasstrahlen und ebenen Lamellen. Mit 19 Textabbildungen	97	TROST, ADOLF, Eine neue Zählrohr-Betriebsweise mit hohem Auflösungsvermögen. Mit 4 Textabbildungen	286
KRUIS AUGUST, und OTTO MACEK, Zur Messung des Streulichts von Photo-Objektiven. Mit 8 Textabbildungen	106	RUST, HANS HEINRICH, Die annähernd verlustlose Messung von Gleichspannungen durch Umformen in Wechselspannungen. Mit 6 Textabbildungen	290
EULER, JOACHIM, Zur Temperatur des positiven Kraters beim Homogenkohle-Hochstrombogen. Mit 1 Textabbildung	115	RUST, HANS HEINRICH, Über die Erzeugung von Ultraschall durch Elektrostriktion	293
EULER, JOACHIM, Meßbereichänderungen an Quotientenmessern durch äußere Schaltmaßnahmen. Mit 3 Textabbildungen	117	GRÜN, ARTUR, Die Ausbreitung sehr kurzer elektrischer Wellen. Mit 15 Textabbildungen	294
BOLZ, GÜNTER, Theoretische und experimentelle Untersuchungen der Schwingungen und des Strahlungswiderstandes eines Ultraschallquarzes. Mit 5 Textabbildungen	119	KAPPLER, EUGEN, EDUARD RÜCHARDT und RUDOLF SCHLÄFER, Kontaktwiderstand in Abhängigkeit von der Kontaktlast. Mit 17 Textabbildungen	313
DIETRICH, ISOLDE, PELTIER-Effekt an einmetallischen Kontakten. Mit 6 Textabbildungen	128	NEUERT, H., und H. HÄNSEL, Untersuchung von Oxydations- und Korrosionsvorgängen auf Metalloberflächen mit Hilfe der Messung der Voltaspannung. Mit 3 Textabbildungen	319
ROHLOFF, E., Der Klangcharakter altitalienischer Meistergeigen. Mit 6 Textabbildungen	145	HAUG, ALBERT, Resonanzerscheinungen im gesteuerten Quecksilberniederdruckbogen bei ultrakurzen Wellen. Mit 4 Textabbildungen	323
FETZ, HANS, und ALBERT HAUG, Zur Frage des gesteuerten Quecksilberniederdruckbogens und seiner Stromspannungs-Charakteristik	150	HAUG, ALBERT, Ein Resonanzverfahren zur Messung der Impedanz bei ultrakurzen Wellen. Mit 1 Textabbildung	330
POEVERLEIN, H., Strahlwege von Radiowellen in der Ionosphäre. Dritte Mitteilung: Bilder theoretisch ermittelter Strahlwege. Mit 11 Textabbildungen	152	KINDER, E., und F. SCHLEICH, Ein Netzzanschlußgerät zur Erzeugung hochkonstanter Magnetisierungsströme für Elektronenlinsen. Mit 3 Textabbildungen	332
RÖSSLER, FRITZ, Optische Bestimmung der wahren Temperatur von leuchtenden Flammen. Mit 5 Textabbildungen	161	ECKART, GOTTFRIED, Über Ortskurven des Reflexionsfaktors bei der Reflexion elektromagnetischer Wellen an einer Unstetigkeit nullter und erster Ordnung der Dielektrizitätskonstanten. Mit 6 Textabbildungen	334
WINTERGERST, ERICH, Über die Schmelzzeit von Schmelzsicherungen. Mit 8 Textabbildungen	167	LENZ, FRIEDRICH, Berechnung optischer Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen vom erweiterten Glockenfeldtyp. Mit 4 Textabbildungen	337
SCHUBERT, GERHARD U., Über eine in der Theorie der elektrischen Schmelzsicherungen auftretende Lösung der Wärmeleitungsgleichung. Mit 3 Textabbildungen	174	BOETTCHER, A., Über das lichteoptische Reflexionsvermögen aufgedampfter AlAg- und AlMg-Legierungen. Mit 4 Textabbildungen	340
GAUGER, RICHARD, Zum Problem der verzerrungsfreien Verstärkung von Gleichstromimpulsen mit einem Wechselstromverstärker. Mit 19 Textabbildungen	179	HOFFMANN, ARNULF, Eine oszillographische Methode zur Untersuchung von Trockengleichrichter-Randschichten. Mit 11 Textabbildungen	353
HAASE, G., Die Getterwirkung dünner Bariumfilme bei tiefen Drucken. Mit 4 Textabbildungen	188		
BOETTCHER, A., Über Herstellung und Aufbau aufgedampfter dünner AlAg- und AlMg-Schichten. Mit 19 Textabbildungen	193		
SENTFLEBEN, HERMANN, und HEINZ GLADISCH, Analyse von Gasen durch Elektrostriktion. Mit 3 Textabbildungen	204		

MACEK, OTTO, und AUGUST KRUIS, Falschlichtkennlinien von Photoobjektiven. Mit 4 Textabbildungen . . .	359	CLAUSSNITZER, WALTER, und HEINZ HEUMANN, Ausmessungen elektrischer Felder mit Hilfe von halbleitenden Schichten. Mit 4 Textabbildungen . . .	443
EULER, J., und R. LUDWIG, Zwei Nomogramme zum Gebrauch bei Messungen mit optischen Pyrometern. Mit 3 Textabbildungen . . .	362	KORNETZKI, MAX, Eine Beziehung zwischen Dielektrizitätskonstante und Verlustwinkel ferroelektrischer Stoffe. Mit 4 Textabbildungen . . .	446
TREY, F., Unipolarität und Entspannung. Mit 2 Textabbildungen . . .	367	LENZ, FRIEDRICH, Berechnung optischer Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen aus Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. Mit 9 Textabbildungen .	448
KRAUSE, RUDOLF, Über die Ausmessung von Ultraschallfeldern in Flüssigkeiten. Mit 8 Textabbildungen .	370	LEO, W., und W. HÜBNER, Zur Strahlungsmessung mittels Thermoelementen und hochempfindlicher Photozellenkompensation. Mit 10 Textabbildungen . . .	454
BAS-TAYMAZ, ENIS, Über die Lebensdauer einer glühenden Wolframwendel und die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs im Hochvakuum. Mit 3 Textabbildungen . . .	374	MEINKE, H. H., Das Verhalten elektromagnetischer Wellen in stark inhomogenen Leitungsbaulementen. Mit 8 Textabbildungen . . .	473
SCHUMANN, W. O., Über elektrische Wellen in bewegten Plasmen. Mit 5 Textabbildungen . . .	393	GEBAUER, RUDOLF, und HEINRICH KOSMAHL, Über den Grenzwirkungsgrad der Schwingungserzeugung durch geschwindigkeitsmodulierte Elektronenstrahlen in Triftröhren mit endlichen Feldlängen. Mit 10 Textabbildungen . . .	478
KREBS, K., Über die Pendelvervielfachung von Sekundärelektronen in hochfrequenten Feldern. Mit 16 Textabbildungen . . .	400	RUST, H. H., Die elektroakustische Wandlung mittels Magnetostriktion unter besonderer Berücksichtigung der Strahlung von technischen Transformatoren. Mit 8 Textabbildungen . . .	487
KALUSCHE, HEINRICH, Eine Lautsprecheranordnung mit einseitiger Richtwirkung. Mit 7 Textabbildungen .	411	STEIGERWALD, KARL HEINZ, Die Ionenemission der Glühkathode. Mit 5 Textabbildungen . . .	491
GEBAUER, RUDOLF, Über die Erzeugung von elektromagnetischen Schwingungen in Triftröhren mit hohem Wirkungsgrad. Mit 9 Textabbildungen . .	415	FELDTKELLER, R., und H. HETTICH, Die Frequenz der magnetischen Nachwirkungen bei Massekernen. Mit 11 Textabbildungen . . .	494
SCHMEISSNER, F., und H. MEISSNER, Die Wärmeleitfähigkeit von Chroman B2Mo bei tiefen Temperaturen. Mit 2 Textabbildungen . . .	423	SEVERIN, HANS, Beugung elektromagnetischer Zentimeterwellen an metallischen Kreisscheiben. Mit 12 Textabbildungen . . .	499
LAUTERJUNG, K. H., Über Stromintegratoren für Zählrohrgeräte. Mit 8 Textabbildungen . . .	433		
GOTTWALD, F., und R. VIEHWEG, Berechnungen und Modellversuche an Wasser- und Luftlagern. Mit 7 Textabbildungen . . .	437		

Berichte.

GAST, THEODOR, Entwicklungslinien bei Brückenanordnungen für dielektrische Messungen. Mit 16 Textabbildungen . . .	41	GOUBEAU, JOSEF, Strukturbestimmung von Molekeln mit Hilfe des RAMAN-Effektes . . .	343
HOFFMANN, FR., Die optische Temperaturskala und die Strahlungskonstanten. Mit 3 Textabbildungen . .	88	GROTRIAN, W., Über den derzeitigen Stand der Deutung des Sonnenfleckenphänomens. Mit 28 Textabbildungen . . .	376
WÜRSTLIN, FRANZ, Physikalische Feinstruktur von linearen Makromolekülen. Mit 6 Textabbildungen . . .	131	VIEWEG, RICHARD, Kunststoffe im physikalischen Laboratorium . . .	424
MAURER, EDUARD, und HEINRICH KOLZ, Die CERENKOV-Strahlung. Mit 9 Textabbildungen . . .	223	BAGGE, ERICH, Über den Ursprung der kosmischen Strahlung. Mit 8 Textabbildungen . . .	462
GLOCKER, R., Röntgenstrahlenschutz . . .	266	EULER, J., Fortschritte auf dem Gebiet der optischen Pyrometrie in den Jahren 1940 bis 1950. Mit 1 Textabbildung . . .	505
GAST, THEODOR, Grundzüge der Staubbemessung. Mit 14 Textabbildungen . . .	301		

Buchbesprechungen . . .	48, 96, 143, 191, 229, 272, 308, 350, 390, 431, 472
Verzeichnis der Originalarbeiten und zusammenfassenden Berichte, geordnet nach Sachgebieten . .	510
Autorenverzeichnis . . .	511
Verzeichnis der Buchbesprechungen . . .	512

Glühfaden einige Minuten ausgeheizt, so verschwindet der Ionenstrahl soweit, daß er mit Sicherheit unter einem Wert von 10^{-10} A bleibt. Sucht man jetzt durch Regeln des Heizstromes der Glühkathode nach weiterer Ionenemission, so findet man im Bereich dunkler Rotglut des Wolframfadens ein scharf hervortretendes Maximum. Der Strahl läßt sich bequem auf dem Leuchtschirm beobachten. Es ist gleichgültig, ob man die Heiztemperatur von niedrigen zu hohen oder von hohen zu niedrigen Werten regelt, die Emission ist stets aufzufinden. Während die Ionenemission des frischen Drahtes in wenigen Minuten absinkt, bleibt das Maximum bei Rotglut bis zu 50 min lang erhalten.

Abb. 4 zeigt den gemessenen Ionenstrom in Abhängigkeit von der Heiztemperatur. Die Messung wurde ausgeführt, nachdem der Heizfaden bei rund 2000°K 15 min lang geglüht war. Dann wurde der Heizstrom kurz abgeschaltet und die Heiztemperatur langsam wieder gesteigert. Hierbei wurde die ausgezogene Kurve gemessen. Die gestrichelte Kurve wurde unmittelbar darauf bei fallender Temperatur gemessen. Man sieht, daß sich insbesondere das Maximum der Strahlung in Richtung der Temperaturänderung etwas verschiebt. Diese Verschiebung läßt sich durch Änderung der Geschwindigkeit, mit welcher die Temperatur gesenkt wird, nicht beeinflussen. Alle gemessenen Kurven zeigen die gleiche charakteristische Form mit dem Höcker auf der linken Flanke.

Eine Reihe wiederholter, jeweils bei ansteigender Temperatur durchgeführter Messungen des Maximums nach verschiedenen Heizzeiten bei einer mittleren Temperatur von 1600°K zeigt Abb. 5. Bevor die Kurve 1 durchgemessen wurde, war ein frischer Wolframdraht 10 min bei 1600°K ausgeheizt worden. Zwischen den Meßreihen 1 und 2 liegt eine Glühzeit von 30 min. Hier sinkt der Ionenstrom nur langsam ab, während er dann verhältnismäßig schnell in 10 min von 2 nach 3 absinkt, um nach einigen Minuten zu verschwinden.

Weitere Messungen zeigen, daß die Geschwindigkeit, mit welcher die Strahlungsintensität zurückgeht, mit der Glühtemperatur ansteigt. Dies bleibt unabhängig davon, ob der Wolframdraht in dem Temperaturbereich geheizt wurde, welcher die Ionenemission zeigt. Hiernach ist anzunehmen, daß die Ursache zu der Erscheinung ein Verdampfungsprozeß ist, welcher nur im Bereich von 1300 bis 1800°K die Möglichkeit zur Ionenbildung bietet. Untersuchungen weiterer Metalle zeigen, daß auch hier vereinzelt Anzeichen für ähnliche Vorgänge zu finden sind.

Aus den Beobachtungen folgt, daß die von den Ionen ausgelösten Sekundärelektronen ein recht empfindliches Mittel zum Ionennachweis bieten. Es ist nicht anzunehmen, daß die sehr schwache Ionenemission in dem begrenzten Temperaturbereich ohne Verstärkung durch die Sekundäremission aufgefunden worden wäre. Die Sekundäremission läßt sich auch bei anderen Strahlerzeugungssystemen nachweisen, jedoch wird sie bei der Fernfokuskathode wegen der günstigen Fokussierungseigenschaften besonders deutlich sichtbar. Eine Störung für den Mikroskopierbetrieb bedeutet die Strahlung nicht, da sie einerseits

im normalen Strahlengang des Elektronenmikroskops praktisch völlig ausgeblendet wird, und da andererseits der Temperaturbereich, in welchem sie beim Wolfram auftritt, wesentlich tiefer liegt, als die übliche Betriebstemperatur der Wolframkathoden.

Zusammenfassung.

Beim Anheizen frischer Wolframglühkathoden in Strahlerzeugungssystemen von Elektronenmikroskopen entsteht eine schwache positive Ionenemission,

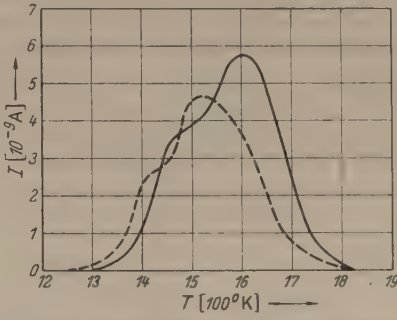


Abb. 4. Ionenstrom in Abhängigkeit von der Heiztemperatur. — bei ansteigender Temperatur gemessen; ---- bei abfallender Temperatur gemessen.

welche nur in einem Temperaturbereich von 1300 bis 1800°K auftritt. Sie wird dadurch sichtbar, daß sie an der gegenüber Kathode negativen WEHNELT-Elektrode Sekundärelektronen auslöst und diese auf dem

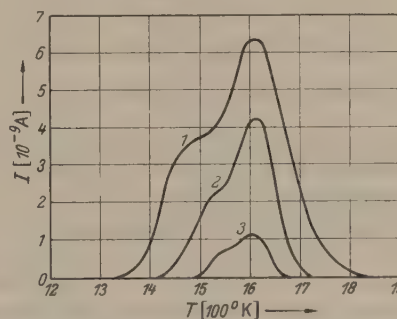


Abb. 5. Ionenstrom in Abhängigkeit von der Heiztemperatur, gemessen bei steigender Temperatur und nach verschiedenen Heizzeiten.

Leuchtschirm des Strahlrohres registriert werden. Bei einem in der Elektronenmikroskopie gebräuchlichen haarnadelförmigen Glühdraht von $0,15$ mm Dicke entstehen Ionenströme der Größenordnung 10^{-9} bis 10^{-8} A. Die Strahlungsintensität sinkt im Laufe einer Stunde gegen Null, wobei die Absinkgeschwindigkeit mit der Heiztemperatur ansteigt. Da die Strahlungsintensität auch dann absinkt, wenn die Temperatur des Glühdrahtes unterhalb oder oberhalb des Bereiches von 1300 bis 1800°K liegt, läßt sich vermuten, daß die Strahlung durch einen Verdampfungs Vorgang verursacht wird, welcher nur bei bestimmten Temperaturen die Möglichkeit zur Ionenbildung bietet.

Literatur. [1] STEIGERWALD, K. H.: Optik 5, 469 (1949). — [2] REIMANN, A.: Thermionic Emission. London: Chapman & Hall 1934.

Dipl.-Phys. KARL HEINZ STEIGERWALD,
per Adr. Prof. Dr. BRÜCHE, (17a) Mosbach, Renzstr. 3.

Der Frequenzgang der magnetischen Nachwirkung bei Massekernen.

Von R. FELDTKELLER und H. HETTICH.

(Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart.)

Mit 11 Textabbildungen.

(Eingegangen am 31. August 1950.)

Eine Spule, die auf einen modernen Massekernring aufgewickelt ist, kommt dem Ideal einer verlustlosen Spule mit konstanter, von der Stromstärke und der Frequenz unabhängiger Induktivität sehr nahe. Man erkennt dies überschläglich aus dem Verhältnis des Widerstandes R der Wicklung zur Induktivität L . Mit einem Kern mittlerer Größe (Volumen 30 cm^3 , Querschnitt 2 cm^2 , Länge der magnetischen Kraftlinien 15 cm) und mittlerer Permeabilität ($\mu = 50\mu_0$) erreicht man Werte von $50\ \Omega$, H_y für dieses Verhältnis. Wählt man die Windungszahl so, daß die Induktivität L den Wert $0,1\text{ Hy}$ bekommt, dann wird der

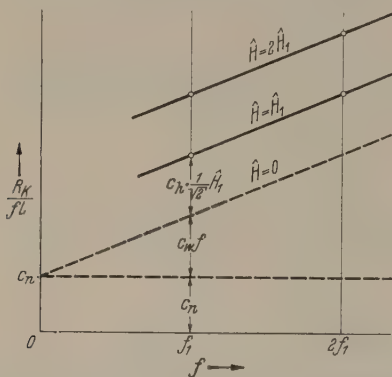


Abb. 1. Gebräuchliche Bestimmung der Verlustbeiwerte.

Widerstand der Wicklung $5\ \Omega$ und das ist im Vergleich zum Blindwiderstand $\omega L = 600\ \Omega$ bei der Frequenz 1 kHz ein recht kleiner Wert.

Studiert man den Scheinwiderstand $R + j\omega L$ in einem weiten Gebiet der Frequenz und der Stromstärke genauer, so findet man, daß zum Widerstand der Wicklung weitere Widerstände hinzutreten und daß auch die Induktivität von der Frequenz und von der Stromstärke abhängt.

H. JORDAN [1], W. DEUTSCHMANN [2], sowie M. KERSTEN und seine Mitarbeiter [3] haben vor allem den Wirkwiderstand R untersucht, um Mittel zu finden, ihn möglichst klein zu halten. Sie erkannten, daß er sich aus einem Anteil R_w der Wicklung und aus einem Anteil R_K des Kernes zusammensetzt und daß R_K durch die Wirbelströme im Kern, durch die magnetische Hysterese und durch die magnetische Nachwirkung bedingt ist. Sie fanden, daß R_K sich als Summe mit 3 Gliedern

$$R_K = c_w f^2 L + c_h \frac{\hat{H}}{\sqrt{2}} L + c_n f L \quad (1)$$

schreiben läßt, worin f die Meßfrequenz, \hat{H} den Spitzenwert der Meßfeldstärke und c_w den Wirbelstrombeiwert, c_h den Hysteresebeiwert und c_n den Nachwirkungsbeiwert bedeuten. Bringt man den gemeinsamen Faktor der 3 Summanden nach links, so wird

$$\frac{R_K}{fL} = c_w f + c_h \frac{\hat{H}}{\sqrt{2}} + c_n. \quad (2)$$

Diese einfache Beziehung hat schon H. JORDAN auf das durch Abb. 1 verdeutlichte Verfahren zur Tren-

nung der einzelnen Verlustanteile geführt: Man mißt den Wirkwiderstand bei 2 Frequenzen und bei den beiden Feldstärken $\hat{H} = \hat{H}_1$ und $\hat{H} = 2\hat{H}_1$. Man subtrahiert den Gleichstromwiderstand R_w der Wicklung, erhält so R_K . Man berechnet R_K / fL und trägt diese Werte über der Frequenz auf. Man extrapoliert linear auf $\hat{H} = 0$ und weiter auf $f = 0$. So bekommt man als Ordinatenabschnitt den Nachwirkungsbeiwert c_n , als Neigung der schrägen Parallelen den Wirbelstrombeiwert c_w , und aus ihrem vertikalen Abstand erhält man schließlich noch den Hysteresebeiwert c_h . Eine Vorstellung von der Größenordnung dieser Beiwerte mögen die Werte $c_n = 10^{-9}$, $c_w = 1\ \mu\text{s}$, $c_h = 100\text{ cm/kA}$ vermitteln, mit denen man bei dem eingangs erwähnten Kern mittlerer Größe und mittlerer Permeabilität rechnen kann.

Bei diesem Verfahren bleibt der Blindwiderstand der Spule praktisch außer Betracht. Man sieht die Induktivität L als konstant an und fragt nicht nach dem Einfluß der Wirbelströme, der Hysterese und der Nachwirkung auf ihre Größe. Das Studium der komplexen Permeabilität von Blechkernen aus verschiedenen Si-Fe- und Ni-Fe-Legierungen ergab [4] aber gewisse Kopplungen zwischen dem Wirkwiderstand und dem Blindwiderstand, die sich für die Wirbelströme, die Hysterese und die Nachwirkung in ganz charakteristischer Weise unterscheiden und die gestatten, einmal die Berechtigung der Verlusttrennung nach Abb. 1 nachzuprüfen. Diese Kopplungen werden anschaulich, wenn wir aus dem Blindwiderstand X und dem Wirkwiderstand $R_w + R_K$ unserer Spule die Komponenten

$$\mu_{LR} = \frac{X}{\omega w^2 \frac{F}{l}}, \quad \mu_{RR} = \frac{R_K}{\omega w^2 \frac{F}{l}} \quad (3)$$

(w Windungszahl, F Querschnittsfläche, l Länge)

der komplexen Permeabilität

$$\vec{\mu} = \mu_{LR} - j\mu_{RR}$$

berechnen und mit der Frequenz f und der Feldstärke \hat{H} als Parameter aufzeichnen. Abb. 2 zeigt als Beispiel die komplexe Permeabilität eines Massekernes¹. Bevor wir sie noch im einzelnen analysieren, erkennen wir sofort die bisher außer acht gebliebene Änderung der Komponente μ_{LR} . μ_{LR} wächst um rund $0,15\mu_0$, d.h. um 3% , wenn die Feldstärke auf 150 mA/cm steigt, und μ_{LR} fällt um rund $0,15\mu_0$, d.h. wieder um 3% , wenn die Frequenz von $0,5$ auf 16 kHz steigt. Diese Änderungen sind in einer MAXWELL-Brücke gut meßbar, wenn man sie mit einem WAGNERSchen Hilfszweig versieht und wenn man den Brückenabgleich mit einem selektiven, hochempfindlichen Überlagerungsverstärker kontrolliert, der die Meßfrequenz in

¹ Wir sind den Firmen AEG (Backnang), Felten & Guilleaume (Köln), Siemens & Halske (Berlin) und Vogt & Co. (Erlau) für die Überlassung von Massekernen für unsere Untersuchung der komplexen Permeabilität dankbar. — Die für diese Messungen benutzte MAXWELL-Brücke hat Herr Dipl.-Ing. GERHARD HAAR im Institut für Elektrische Nachrichtentechnik der T. H. Stuttgart entwickelt und gebaut.

das gut hörbare Frequenzgebiet um 1000 Hz transformiert. Die Änderung von μ_{LR} ist an der Änderung der Einstellung des Normalkondensators im gegenüberliegenden Brückenweig unmittelbar abzulesen. Es wurde ein Stufenkondensator verwendet, dem ein fein einstellbarer Drehkondensator mit zweckmäßig gewähltem kleinen Kapazitätsbereich parallelgeschaltet war.

Vergleichen wir mit den Änderungen von μ_{LR} die Änderungen von μ_{RR} in Abb. 2, so finden wir, daß μ_{RR} nur um $0,07 \mu_0$ wächst, wenn die Feldstärke auf 150 mA/cm steigt und sogar nur um $0,02 \mu_0$, wenn die Frequenz von 0,5 auf 16 kHz steigt. Selbst die absoluten Werte von μ_{RR} , die zwischen $0,04 \mu_0$ bis $0,11 \mu_0$ liegen, sind kleiner als die Änderungen von μ_{LR} . Zudem sind sie nur viel ungenauer zu bestimmen, denn wir erhalten sie aus der kleinen Differenz der großen Werte des Wechselstrom- und des Gleichstromwiderstandes, und kleine versteckte Phasenfehler der MAXWELL-Brücke können die Messung des Wechselstromwiderstandes leicht fälschen. Es ist also die Lage der Meßpunkte zueinander, besonders in Richtung der Ordinatenachse, genauer bekannt als ihr Abstand von der Ordinatenachse.

Wir wollen nun im folgenden zeigen, wie wir aus der Lage der Meßpunkte zueinander einen Anhalt über ihren wirklichen Abstand von der Ordinatenachse gewinnen können. Aus der Abnahme der Induktivitätspermeabilität μ_{LR} mit wachsender Frequenz, die gut zu messen ist, kann man unter genügend allgemeingültigen Annahmen auf die Absolutwerte der Widerstandspermeabilität μ_{RR} schließen, die wir unmittelbar aus der Differenz des Wechselstrom- und des Gleichstromwiderstandes nur ungenau erhalten.

1. Hysterese.

Aus Abb. 2 erkennt man, daß die Ortskurven für $\hat{H}=100$ mA/cm usw. aus der Ortskurve für $\hat{H}=50$ mA/cm dadurch entstehen, daß sich alle Punkte auf Geraden verschieben, die zueinander genau parallel laufen und die mit der Ordinatenachse einen Winkel von etwa 20° bilden. Diese Verschiebung ist sehr genau der Feldstärke \hat{H} proportional. Auf Grund dieser einfachen Gesetzmäßigkeit kann man die Ortskurve für verschwindende Feldstärke sehr sicher ermitteln.

Bei Blechkernen ist die Wirkung der Hysterese auf die komplexe Permeabilität komplizierter. Die bei fester Frequenz mit wachsender Feldstärke durchlaufenen Ortskurven sind nur im Gebiet kleiner Feldstärken Geraden, sie laufen nur bei sehr tiefen Frequenzen zueinander parallel und sie tragen keine lineare Feldstärkeskala [5].

Soweit bei den Massekernen die einfacheren Gesetze wirklich gelten, kommt man mit Messungen bei 2 oder 3 Feldstärken und bei 2 oder 3 Frequenzen aus. Man wird aber gut tun, darauf zu achten, ob nicht im einzelnen Fall, besonders bei hoher Permeabilität, eine ausführlichere Messung und eine nichtlineare Extrapolation auf verschwindende Feldstärke erforderlich wird.

Die Komponente des Wirkwiderstandes R_K , die auf die Hysterese zurückgeht, nennt man den Hysterese-widerstand R_h . Es ist nach Gl. (3)

$$R_h = w^2 \omega \frac{d\mu_{RR}}{d\hat{H}} \hat{H} \frac{F}{l} \quad (5)$$

und nach Gl. (2)

$$R_h = c_h \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{H} f L = c_h \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{H} f w^2 \mu_{LR} \frac{F}{l}. \quad (6)$$

Der Hysteresebeiwert c_h hängt also mit der komplexen Permeabilität durch

$$c_h = 2\pi \frac{1}{\mu_{LR}} \frac{1}{2} \frac{d\mu_{RR}}{d\hat{H}} \quad (7)$$

zusammen.

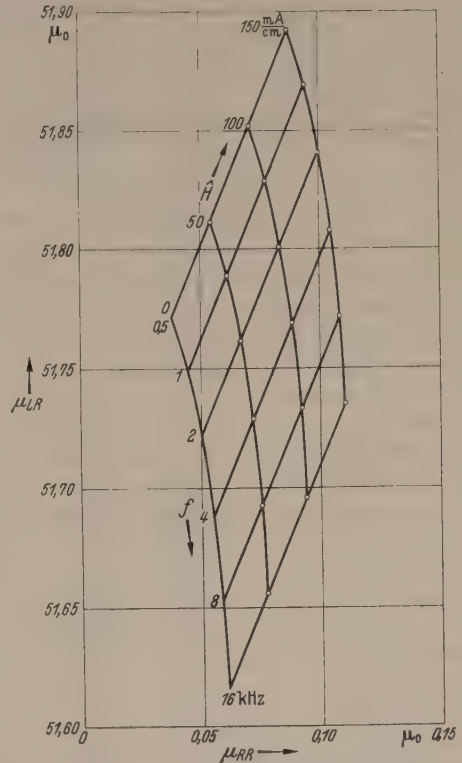


Abb. 2. Komplexe Permeabilität eines Massekernes. (Hysterese und JORDANsche Nachwirkung.)

Aus Abb. 2 liest man die Werte

$$\mu_{LR} = 52 \mu_0$$

und

$$\frac{d\mu_{RR}}{d\hat{H}} = \frac{0,032 \mu_0}{100 \text{ mA/cm}}$$

ab, mit denen sich der Hysteresebeiwert zu

$$c_h = 2\pi \frac{1}{52 \mu_0} \cdot \frac{0,032 \mu_0}{100 \text{ mA/cm}} = 55 \text{ cm/kA}$$

ergibt.

Die Komponente der Induktivität, die auf die Hysterese zurückgeht, nennt man die Hysterese-induktivität L_h . Nach Gl. (3) ist

$$L_h = w^2 \frac{d\mu_{LR}}{d\hat{H}} \hat{H} \frac{F}{l}.$$

Das Verhältnis der Hystereseinduktivität L_h zur Gesamtinduktivität L wird dann

$$\frac{L_h}{L} = \frac{1}{\mu_{LR}} \cdot \frac{d\mu_{LR}}{d\hat{H}} \cdot \hat{H}$$

und kann mit den Werten

$$\mu_{LR} = 50 \mu_0$$

und

$$\frac{d\mu_{LR}}{d\hat{H}} = \frac{0,079 \mu_0}{100 \text{ mA/cm}}$$

die sich aus Abb. 2 ablesen lassen, leicht berechnet werden.

2. Magnetische Nachwirkung.

Die Ortskurve der komplexen Permeabilität in Abb. 2, die wir durch lineare Extrapolation auf verschwindende Feldstärke erhalten, verläuft, leicht gekrümmt, etwa parallel der Ordinatenachse und zeigt

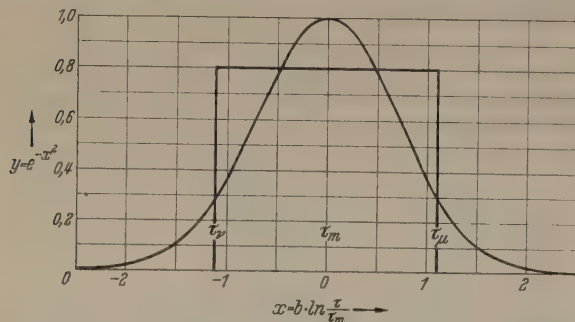


Abb. 3. Häufigkeitskurve der Relaxationszeiten und ihre Annäherung durch flächengleiches Rechteck.

eine etwa logarithmische Frequenzskala. Man schreibt beides, den Verlauf der Ortskurve und ihre Frequenzskala, dem Einfluß der magnetischen Nachwirkung auf die komplexe Permeabilität zu.

Wir wollen kurz andeuten, was man unter

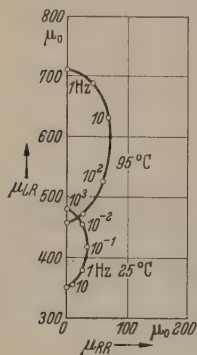


Abb. 5.

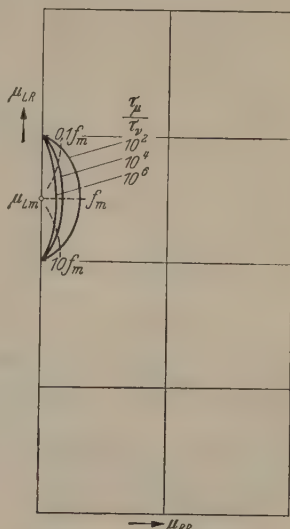


Abb. 5.

Abb. 4. Komplexe Permeabilität von 3,5%-Si-Eisen bei verschwindend kleinen Wechselfeldstärken und nach Abzug des Wirbelstromeinflusses. (RICHTERSche Nachwirkung.)

Abb. 5. Theoretische Werte der komplexen Permeabilität bei verschieden starker Streuung der Relaxationszeiten τ der magnetischen Nachwirkung.

der magnetischen Nachwirkung versteht und was man von ihr an Blechkernen beobachtet.

Wenn man gewisse ferromagnetische Materialien plötzlich in ein sehr schwaches Magnetfeld bringt, so beobachtet man, daß die Induktion nicht sofort auf ihren Endwert springt, sondern erst auf einen Zwischenwert, etwa auf 70% des Endwertes, und daß sie von dort aus auf den Endwert hinaufkriecht. Dieses Kriechen braucht bei Zimmertemperatur eine Zeitdauer von mehreren Sekunden, bei 100°C verläuft es etwa 1000mal schneller. Man nennt diesen Vorgang die temperaturabhängige RICHTERSche Nachwirkung [6]. Sie ist bisher an α -Eisen beobachtet worden und ist offenbar an die Anwesenheit von gelöstem Kohlenstoff oder Stickstoff gebunden.

Der beobachtete Ablauf des Kriechvorganges kann nicht mit einer einzigen Relaxationszeit beschrieben werden. Man muß annehmen, daß die Nachwirkung aus einer großen Anzahl von Teilvorgängen besteht, denen man sehr verschiedene Relaxationszeiten zu-

schreiben muß. Ihre Häufigkeit verteilt sich über einer logarithmischen Zeitskala nach einer GAUSSschen Fehlerkurve (Abb. 3). Wir wollen die mittlere Relaxationszeit τ_m nennen, τ_v und τ_μ diejenigen Relaxationszeiten, bei denen die Häufigkeit auf 28% der maximalen Häufigkeit abgesunken ist. Wie Abb. 3 zeigt, kann man die Häufigkeitskurve durch ein flächengleiches Rechteck annähern, das zwischen den Grenzwerten τ_v und τ_μ eine feste Häufigkeit von 80% der Maximalhäufigkeit hat. Deshalb haben wir τ_v und τ_μ zur Kennzeichnung der Breite der Häufigkeitskurve gewählt.

Die Theorie der Wechselströme gestattet, aus dem Zeitablauf der Induktion nach einem plötzlichen Feldstärkesprung auch den Zeitablauf der Induktion bei sich sinusförmig ändernder Feldstärke zu berechnen. Aus den Quotienten von Induktion und Feldstärke gewinnen wir die komplexe Permeabilität. Abb. 4 zeigt zwei bei verschiedenen Temperaturen gemessene Ortskurven der komplexen Permeabilität eines Blechkernes, die den Einfluß der magnetischen Nachwirkungen tragen. Abb. 5 zeigt die berechneten Ortskurven, deren Parameter das Relaxationszeitverhältnis τ_μ/τ_v , also die Breite der Streuung der Relaxationszeiten ist [7], [8]. Die Kurven, die man an Blechkernen beobachtet, entsprechen Werten von τ_μ/τ_v zwischen 10^2 und 10^3 . In Abb. 5 ist willkürlich angenommen worden, daß ein Drittel der Permeabilität der magnetischen Nachwirkung unterliegt und zwei Drittel der Permeabilität nachwirkungsfrei sind. Diese Aufteilung entspricht etwa der in Abb. 4 dargestellten Messung. Die Ortskurve verläuft nahe der Ordinatenachse in einem flachen Bogen und trägt im mittleren Frequenzgebiet eine logarithmische Frequenzskala. Die Größe des Effektes gestattet genügend genaue Messungen, die auch durch Wirbelströme wenig beeinträchtigt werden.

Weil die Ortskurven, die man bei Massekernen mißt, ganz diesen Kurven entsprechen, nur praktisch unabhängig von der Temperatur sind, schreibt man sie einer zweiten, temperaturunabhängigen JORDANschen magnetischen Nachwirkung zu, über deren physikalische Ursachen so gut wie nichts bekannt ist. Wenn wir weiter nichts annehmen, als daß sie ebenfalls aus sehr vielen Teilvorgängen besteht, deren Relaxationszeiten stark streuen und deren Häufigkeit der GAUSSschen Fehlerkurve entspricht, dann können wir die für die RICHTERSche Nachwirkung berechneten Ortskurven einfach übernehmen und mit ihnen die an einem Massekern gewonnenen Meßwerte, wie sie die Abb. 2 zeigt, diskutieren.

3. Der Frequenzgang der Induktivitätspermeabilität.

Abb. 6 zeigt die Kurven der Abb. 5 ausführlicher und zugleich in etwas anderer Darstellung. Die Widerstandspermeabilität μ_{RR} hat bei der mittleren Frequenz f_m ihren Maximalwert μ_{Rm} , mit dem wir die Komponenten der Permeabilität normieren; die Induktivitätspermeabilität hat dort den Wert μ_{Lm} , den wir als Bezugswert wählen. In Abb. 6 ist $(\mu_{LR} - \mu_{Lm})/\mu_{Rm}$ als Ordinate und μ_{RR}/μ_{Rm} als Abszisse verwendet.

Parameter der Ortskurvenschar ist wieder das Verhältnis τ_μ/τ_v der Grenzrelaxationszeiten, also die Breite ihrer Streuung. Ferner sind die Kurven konstanter

Frequenz nicht dekadisch beziffert, sondern mit Potenzen von 2.

Dieser Abbildung entnehmen wir die vertikalen Abschnitte $\Delta\mu_{LR}$, um die μ_{LR} sinkt, wenn die Frequenz sich verdoppelt. Sie sind in Abb. 7 in doppelt-logarithmischem Maßstab dargestellt. Der doppelt-logarithmische Maßstab wird uns später den Übergang von relativen zu absoluten Werten erleichtern.

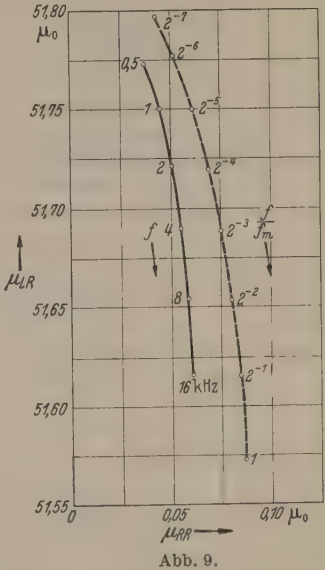
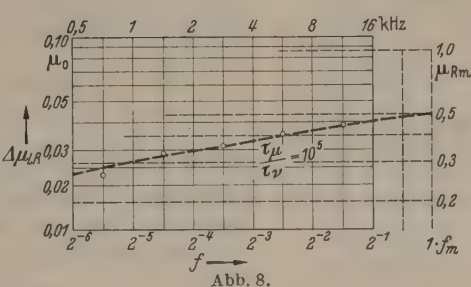
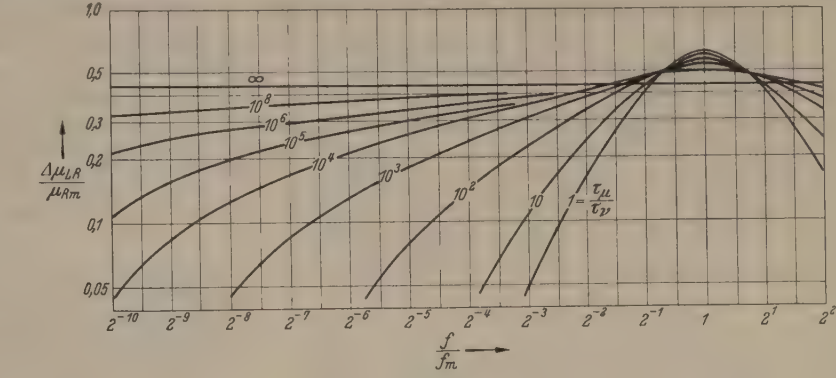
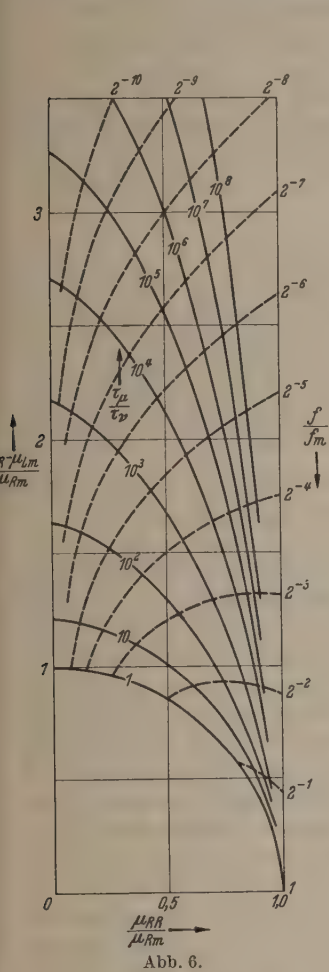
Für $\tau_\mu/\tau_\nu = \infty$ sinkt μ_{LR} immer um $(2/\pi) \ln 2 \cdot \mu_{Rm} = 0,44\mu_{Rm}$ wenn sich die Frequenz verdoppelt. Ist τ_μ/τ_ν

kommen wir hierbei mit einer bloßen Parallelverschiebung der Kurven der Abb. 7 aus.

Es finden sich auf diese Weise die Werte

$$\tau_\mu/\tau_\nu = 10^5, \quad f_m = 32 \text{ kHz}, \quad \mu_{Rm} = 0,085\mu_0.$$

In Abb. 9 ist die Ortskurve der komplexen Permeabilität für verschwindende Feldstärke aus Abb. 2 wiederholt. Dazu ist die Ortskurve eingezeichnet, die sich mit diesen 3 Werten aus Abb. 6 übertragen läßt und zwar so, daß die absoluten Werte der Ordinaten



endlich, z. B. gleich 10^3 , dann sinkt μ_{LR} in der unmittelbaren Umgebung der mittleren Frequenz f_m etwas schneller, für tiefere (und höhere) Frequenzen weit langsamer. So sinkt in Abb. 6 μ_{LR} bei $\tau_\mu/\tau_\nu = 10^3$ zwischen $f = 2^{-5} f_m$ und $2^{-4} f_m$ um $0,22\mu_{Rm}$. Durch diesen Wert geht die mit $\tau_\mu/\tau_\nu = 10^3$ bezeichnete Kurve in Abb. 7 in der Mitte zwischen den Abszissenwerten $2^{-5} f_m$ und $2^{-4} f_m$.

Diese Beschleunigung (und Verzögerung) des Absinkens ist nun, wie Abb. 7 deutlich zeigt, ganz charakteristisch für die Breite der Streuung der Relaxationszeiten, und gerade sie kann aus Messungen, die mit hoher relativer Genauigkeit ausgeführt worden sind, gut entnommen werden. Zum Beispiel zeigt Abb. 8 die $\Delta\mu_{LR}$ -Werte der in Abb. 2 dargestellten Permeabilität im Frequenzgebiet von 0,5 bis 16 kHz (linke und obere Skala). Auf diese Abbildung ist nun Abb. 7 (rechte und untere Skala) so darübergezeichnet, daß eine ihrer Kurven möglichst gut die Meßpunkte verbindet. Wegen des doppelt-logarithmischen Maßstabes

möglichst gut übereinstimmen. Dies wurde mit einer Induktivitätspermeabilität

$$\mu_{Lm} = 51,57\mu_0$$

für die mittlere Frequenz f_m erreicht. Man erkennt, daß die Ortskurven der Abb. 2 wahrscheinlich zu nahe an der Abszissenachse verlaufen und daß die Widerstandspermeabilitäten μ_{RR} wahrscheinlich um $0,02\mu_0$ zu klein sind. Das bedeutet bei einer Permeabilität von $52\mu_0$ einen absoluten Fehler von $0,4\%$. Ein solcher Fehler ist bei Messungen mit der Wechselstrombrücke, die für die Untersuchungen der Massekerne verwendet wurde, durchaus denkbar.

Mit einer gewissen Vorsicht haben wir auch den Frequenzgang von μ_{RR} neben dem Frequenzgang von μ_{LR} zum Entwurf der theoretischen Ortskurve mit herangezogen. Da aber μ_{RR} aus dem Unterschied zwischen dem Wechselstrom- und dem Gleichstromwiderstand bestimmt wird und da dieser Unterschied besonders bei tiefen Frequenzen sehr klein ist,

ist auch die relative Genauigkeit von μ_{RR} geringer und als die relative Genauigkeit von μ_{LR} .

4. Kritik am Nachwirkungsbeiwert.

Die Komponente des Widerstandes R_K , die auf die magnetische Nachwirkung zurückgeht, nennt man den Nachwirkungswiderstand R_n . Aus Gl. (1) folgt für den Nachwirkungswiderstand

$$R_n = c_n f L = c_n f w^2 \mu_{LR} \frac{F}{l}, \quad (8)$$

aus Gl. (3)

$$R_n = \omega w^2 \mu_{RR} \frac{F}{l}. \quad (9)$$

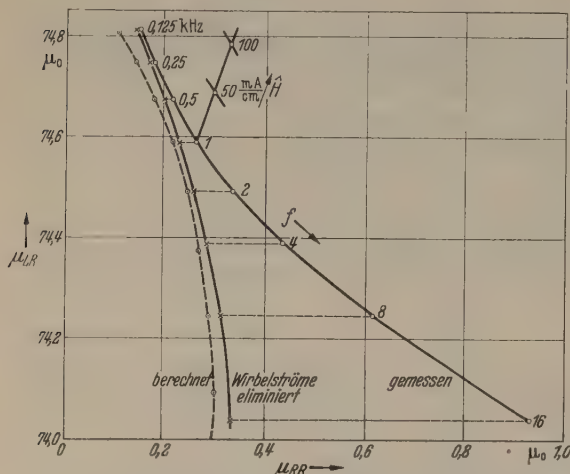


Abb. 10. Komplexe Permeabilität eines Massekernes. (Hysteresis, Wirbelströme und JORDANSche Nachwirkung.)

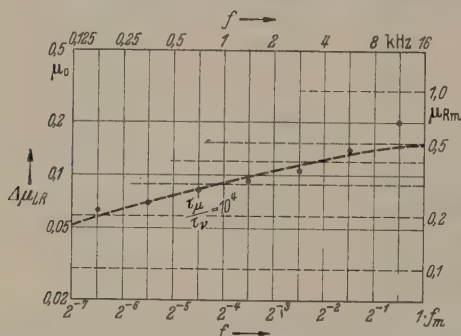


Abb. 11. Abnahme der in Abb. 10 dargestellten Induktivitätspermeabilität eines Massekernes bei Frequenzverdopplung.

Der Nachwirkungsbeiwert c_n hängt danach mit den Komponenten der komplexen Permeabilität durch

$$c_n = 2\pi \frac{\mu_{RR}}{\mu_{LR}} \quad (10)$$

zusammen. c_n wird also, wenn wir von der sehr kleinen Änderung von μ_{LR} absehen, nur dann wirklich unabhängig von der Frequenz, wenn auch μ_{RR} unabhängig von der Frequenz ist, d. h. wenn die Ortskurve der komplexen Permeabilität genau parallel zur Ordinatenachse verläuft. Das wäre nach Abb. 6 nur für $\tau_\mu/\tau_v = \infty$ der Fall.

In Wirklichkeit ist τ_μ/τ_v immer endlich, die Ortskurve der komplexen Permeabilität ist bogenförmig gekrümmt, μ_{RR} ist eine Funktion der Frequenz und die Nachwirkung kann nicht durch einen frequenzunabhängigen Nachwirkungsbeiwert c_n beschrieben werden.

Nur für die Umgebung der Frequenz f_m , in der die Ortskurven in der Richtung der Ordinatenachse läuft, können wir einen Höchstwert des Nachwirkungsbeiwertes angeben. Mit

$$\mu_{Rm} = 0,085 \mu_0$$

$$\mu_{Lm} = 51,57 \mu_0$$

wird dieser Höchstwert

$$c_{nm} = 2\pi \frac{\mu_{Rm}}{\mu_{Lm}} = 6,28 \frac{0,085 \mu_0}{51,57 \mu_0} = 10^0/_{00}.$$

Um die Nachwirkung vollständig zu beschreiben, muß man angeben:

1. Das Verhältnis der Grenzrelaxationszeiten τ_μ/τ_v , womit nach Abb. 6 das Verhältnis der Strecke μ_{Lm} , die der vollständige Ortskurvenbogen auf der Ordinatenachse abgreift, zu seinem größten Abstand μ_{Rm} bestimmt ist.

2. Die mittlere Frequenz f_m .

3. Die bei dieser Frequenz erreichte maximale Widerstandspermeabilität μ_{Rm} .

4. Die bei dieser Frequenz vorhandene Induktivitätspermeabilität μ_{Lm} .

5. Wirbelströme.

Nach Gl. (2) schreibt man die Abhängigkeit der Widerstandspermeabilität μ_{RR} von der Frequenz vollständig der Wirkung der Wirbelströme zu.

Unsere Untersuchungen der JORDANSchen Nachwirkung zeigten, daß auch unter ihrem Einfluß die Widerstandspermeabilität μ_{RR} von der Frequenz abhängt.

In der Ortskurve der komplexen Permeabilität vermischen sich also beide Einflüsse und es ist nicht so einfach, wie es nach Abb. 1 scheint, den Einfluß der Wirbelströme und den Einfluß der Nachwirkung zu trennen. Man kann beide Einflüsse aber trennen, wenn man bedenkt, daß die Nachwirkung sowohl die Widerstandspermeabilität μ_{RR} wie die Induktivitätspermeabilität μ_{LR} beeinflusst, daß aber die Wirbelströme bei tiefen Frequenzen nur die Widerstandspermeabilität μ_{RR} beeinflussen, jedoch nicht die Induktivitätspermeabilität. Diese Tatsache ist durch viele Untersuchungen an Blechkernen erhärtet. Man ermittelt erst aus der Abhängigkeit der Induktivitätspermeabilität μ_{LR} von der Frequenz, so wie beschrieben, die Nachwirkung, zeichnet ihre Ortskurve und schreibt den horizontalen Abstand der gemessenen und berechneten Kurvenpunkte den Wirbelströmen zu, soweit er linear mit der Frequenz wächst.

Abb. 10 und 11 sollen dieses Verfahren an einem geeigneten Beispiel erläutern.

Abb. 10 zeigt die gemessene komplexe Permeabilität eines Massekernes, auf verschwindende Feldstärke extrapoliert, dessen Permeabilität etwa $75 \mu_0$ beträgt. Wie bei der Ortskurve in Abb. 2 nimmt die Induktivitätspermeabilität μ_{LR} etwa logarithmisch mit der Frequenz ab, aber die Widerstandspermeabilität μ_{RR} nimmt nicht nur bei tiefen Frequenzen zu, sondern besonders auch bei hohen Frequenzen, so daß die Ortskurve schräg nach rechts unten läuft. Darin zeigt sich die Wirkung der Wirbelströme.

Wir zeichnen nun in die Abb. 11 mit linker und oberer Skala zunächst die Abnahme der Induktivitätspermeabilität μ_{LR} , die zu einer Frequenzverdopplung gehört, in logarithmischem Maßstab über eine logarithmische Frequenzskala ein. (Dabei erkennen wir, daß die Abnahme von μ_{LR} zwischen 8 und 16 kHz offensichtlich zu groß gemessen wurde.) Wir übertragen dann aus Abb. 7 in die Abb. 11 diejenige Kurve, die die Meßpunkte am besten verbindet. Sie ist

gestrichelt eingezeichnet, durch die Skalen unten und rechts gekennzeichnet und gehört zum Verhältnis

$$\frac{\tau_\mu}{\tau_v} = 10^4$$

der Grenzrelaxationszeiten. Wir lesen

$$f_m = 16 \text{ kHz}$$

und

$$\mu_{Rm} = 0,3 \mu_0$$

ab. Mit der Induktivitätspermeabilität

$$\mu_{Lm} = 74,09 \mu_0$$

bei dieser Frequenz erhalten wir aus Abb. 6 die in Abb. 10 gestrichelt eingetragene Ortskurve für die Nachwirkung, deren Punkte (bis auf den untersten) gut in der Höhe der gemessenen Punkte liegen.

Der größte Nachwirkungsbeiwert wäre für diesen Massekern

$$c_{nm} = 2\pi \frac{\mu_{Rm}}{\mu_{Lm}} = 6,28 \frac{0,3}{74,09} = 26 \text{ }^\circ/\text{oo}.$$

Die Nachwirkung dieses Massekernes ist also fast 3mal so groß als die Nachwirkung des Massekernes, dessen Permeabilität Abb. 2 zeigt. Der Wechselstromwiderstand und der Gleichstromwiderstand dieser Massekernspule zeigten einen entsprechend größeren Unterschied und aus ihm ließ sich R_K und μ_{RR} merklich sicherer bestimmen als für den zuerst untersuchten Kern.

Wenn wir die gemessenen Punkte um

$$\Delta\mu_{RR} = 0,0375 \frac{f}{\text{kHz}} \mu_0$$

horizontal nach links verschieben, so erhalten wir eine Ortskurve, die gut mit der berechneten Nachwirkungs-ortskurve übereinstimmt. Durch diese Verschiebung machen wir die Wirkung der Wirbelströme rückgängig.

Die Komponente des Widerstandes R_K , die auf die Wirbelströme zurückgeht, nennt man den Wirbelstromwiderstand R_W .

Aus Gl. (1) folgt für den Wirbelstromwiderstand

$$R_W = c_w f^2 L = c_w f^2 w^2 \mu_{LR} \frac{F}{l}. \quad (11)$$

Aus Gl. (3) folgt

$$R_W = \omega w^2 \Delta\mu_{RR} \frac{F}{l} = \omega w^2 \frac{d\mu_{RR}}{df} f \frac{F}{l}. \quad (12)$$

Also ist der Wirbelstrombeiwert

$$c_w = 2\pi \frac{1}{\mu_{LR}} \cdot \frac{d\mu_{RR}}{df}. \quad (13)$$

Mit den Werten

$$\mu_{LR} = 75 \mu_0$$

$$\frac{d\mu_{RR}}{df} = 0,0375 \frac{\mu_0}{\text{kHz}}$$

finden wir

$$c_w = 6,28 \frac{1}{75 \mu_0} \cdot 0,0375 \frac{\mu_0}{\text{kHz}} = 3 \mu\text{s}.$$

Auf diese Weise läßt sich also in der Tat der frequenzabhängige Einfluß der Wirbelströme von dem auch frequenzabhängigen Einfluß der JORDANSchen Nachwirkung trennen.

Diese Trennung ist jedoch mit der Unsicherheit der Werte der Widerstandspermeabilität μ_{RR} behaftet. Was dies bedeuten kann, erkennt man gut aus Abb. 9. Der Abstand der berechneten und der gemessenen Ortskurve wächst zwar mit der Frequenz an, aber das Maß dieses Anwachsens ist viel zu unsicher, als daß man daraus den Wirbelstrombeiwert dieses Massekernes berechnen könnte.

Zusammenfassung.

Bei der Trennung der Hysteres-, Wirbelstrom- und Nachwirkungsverluste von Massekernen ging man bisher davon aus, daß man die JORDANSche Nachwirkung durch einen Beiwert darstellen kann, der unabhängig von der Frequenz ist. Nach Untersuchungen von H. SCHULZE ist die RICHTERSche Nachwirkung, die bei Übertragerblechen mit raumzentrierten Kristallen auftritt und stark temperaturabhängig ist, durch einen stark frequenzabhängigen Beiwert gekennzeichnet. Es wird gezeigt, daß auch der Beiwert der JORDANSchen Nachwirkung, die man sowohl bei raumzentrierten wie bei flächenzentrierten Kristallen findet, nicht ganz unabhängig von der Frequenz ist. Es wird ein Weg gewiesen, wie man trotzdem die Verluste trennen kann. Man muß den Frequenzgang der Induktivität in die Analyse einbeziehen.

Literatur. [1] JORDAN, H.: Elektr. Nachr.-Techn. **1**, 7 (1924). — [2] DEUTSCHMANN, W.: Telegr.- u. Fernspr.-Techn. **20**, 171 (1931). — [3] KERSTEN, M.: ETZ **58**, 1335 (1937). — [4] FELDTKELLER, R.: FTZ **2**, 9 (1949); **3**, 112 (1950). — [5] FELDTKELLER, R.: FTZ **2**, 9 (1949). — [6] RICHTER, G.: Ann. Phys. **29**, 605 (1937). — [7] SCHULZE, H.: Wiss. Veröff. Siemens-Werk **17**, 39 (1938). — [8] WILDE, H.: Frequenz **3**, 309 (1949).

Prof. Dr. R. FELDTKELLER,
(14a) Stuttgart N, Anzengruberstr. 28.

Beugung elektromagnetischer Zentimeterwellen an metallischen Kreisscheiben.

VON HANS SEVERIN.

(Aus dem III. Physikalischen Institut der Universität Göttingen.)

Mit 12 Textabbildungen.

Eingegangen am 13. November 1950.)

Während bei den Beugungsproblemen der Lichtoptik die Entfernung des Beobachtungsortes vom beugenden Hindernis immer sehr groß gegen die Wellenlänge ist und dies häufig auch für die Dimensionen des Hindernisses selbst zutrifft, kann man mit elektromagnetischen Zentimeterwellen das Feld auch in unmittelbarer Nähe eines beugenden Objekts untersuchen, dessen Abmessungen zudem von der Größenordnung der Wellenlänge sein können. Das ist von Bedeutung, weil eine exakte Lösung der MAXWELL-

schen Gleichungen im Dreidimensionalen bei beliebigen Materialkonstanten bisher nur für den Fall der Kugel vorliegt. Für andere Aufgaben ist man vorläufig auf das Experiment angewiesen und man kann im Vergleich gegen die Messung versuchen rechnerische Näherungsverfahren anzugeben, wie sie ähnlich in der Lichtoptik unter anderen physikalischen Voraussetzungen üblich sind.

Für kreisförmige Blenden, auf die ebene elektromagnetische Wellen senkrecht treffen, liegenderartige

Untersuchungen vor [1], die gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Näherungsrechnung liefern. Nach dem BABINETschen Prinzip der Elektrodynamik [2] besteht ein enger Zusammenhang für die Beugungswellen an geometrisch komplementären Schirmen. Es liegt daher nahe die begonnenen Untersuchungen auch auf den komplementären Fall der Blende, also die vollkommen leitende Kreisscheibe auszudehnen. Die Ergebnisse gewinnen an Interesse, weil dieses Beugungsproblem inzwischen von MEIXNER [2], [3] mittels Sphäroidfunktionen streng gelöst wurde und die noch durchzuführende numerische Auswertung des Feldes der Beugungswelle in Kürze zu erwarten ist.

Da sich der Anwendungsbereich unseres Näherungsverfahrens auch auf die unmittelbare Umgebung des beugenden Hindernisses erstrecken soll, so wird man bei der Anlage darauf bedacht sein, die am Ort des beugenden Objekts herrschenden Feldstärken möglichst gut zu approximieren. Bei der Beugung an der Blende ist die elektrische Feldstärke für die freie Öffnung nicht bekannt, da sich die durch den Einfluß der Blendenbegrenzung bedingte Modifikation der einfallenden Welle¹ im vorneherein nicht angeben läßt. Der Vergleich gegen das Experiment ergibt, daß die durch die Blende hervorgerufene Störung des elektrischen Feldes — auch in der Öffnung — durch die Annahme einer Belegung der Öffnung mit HERTZschen Dipolen sehr gut beschrieben werden kann. Wir zeigen zunächst, daß dieser Ansatz die magnetische Feldstärke in der Öffnung in Strenge richtig wiedergibt.

Liegt die Blende in der Ebene $z=0$, so ließ sich für die in z -Richtung einfallende ebene Welle

$$E_x^e = E_0 e^{-ikz}, \quad H_y^e = H_0 e^{-ikz}, \quad (1)$$

das Feld hinter der Öffnung F ($z \geq 0$) darstellen durch²

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}^b &= E_0 \frac{1}{k^2} \cdot \text{rot}_P \text{rot}_P \int \frac{i}{\lambda} \int \frac{e^{-ikr}}{r} df \\ \mathcal{H}^b &= H_0 \frac{i}{k} \cdot \text{rot}_P \int \frac{i}{\lambda} \int \frac{e^{-ikr}}{r} df \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2} = \sqrt{\varrho^2 + z^2}$$

$\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$: Einheitsvektoren in Richtung von x, y, z .

Zweckmäßig bringt man die nach Ausführung der Differentiationen in (2) entstehenden Integrale auf eine Form, wie sie SCHOCH [5] für das Schallfeld einer Kolbenmembran angegeben hat. Dabei geht man von der Vorstellung aus, daß das Feld durch Interferenz der im geometrisch optischen Fall vorhandenen ebenen Welle und einer von der Blendenbegrenzung ausgehenden Randwelle zustande kommt. Man erhält aus (2) mit $\sqrt{\varrho_1^2 + z^2} = r_1$ für Punkte $\varrho < \varrho_1$ (ϱ_1 Wert von ϱ auf dem Rand der Öffnung)

$$\left. \begin{aligned} E_x^b &= E_0 e^{-ikz} + E_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ikr_1} \left\{ \left(\frac{z^2}{r_1^2} \left(\frac{i}{kr_1} - 1 \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{3i}{kr_1} + 1 \right) \cos^2 \varphi + \left(\frac{i}{kr_1} - 1 \right) \right\} d\varphi \\ E_y^b &= E_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ikr_1} \left\{ \frac{z^2}{r_1^2} \left(\frac{i}{kr_1} - 1 \right) - \frac{3i}{kr_1} + 1 \right\} \times \\ &\quad \times \cos \varphi \sin \varphi d\varphi \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} E_z^b &= E_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_z^{r_1} e^{-ikr} k^2 z \sqrt{r^2 - z^2} \left\{ \frac{3}{(kr)^4} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3i}{(kr)^3} - \frac{1}{(kr)^2} \right\} k dr d\varphi \\ H_x^b &= 0 \\ H_y^b &= H_0 e^{-ikz} - H_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ikr_1} \frac{z}{r_1} d\varphi \\ H_z^b &= -H_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_z^{r_1} e^{-ikr} k \sqrt{r^2 - z^2} \left\{ \frac{i}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right\} \times \\ &\quad \times k dr \sin \varphi d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (3a-f)$$

und diese Ausdrücke erfüllen für $z=0$ die Stetigkeitsbedingungen des elektromagnetischen Feldes in der freien Öffnung F

$$\left. \begin{aligned} E_z^r &= 0, \quad H_x^r = 0, \quad H_y^r = 0, \quad \frac{\partial E_x^r}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial E_y^r}{\partial z} &= 0, \quad \frac{\partial H_z^r}{\partial r} = 0 \dagger. \end{aligned} \right\} \quad (4a-f)$$

Das in der Optik angewandte BABINETsche Prinzip, das eine Folgerung aus der KIRCHHOFFschen Näherungstheorie und daher nicht völlig streng ist, behauptet die Gleichheit der Randwellen geometrisch komplementärer Schirme. Nach den obigen Überlegungen wird man beim Beugungsproblem der vollkommen leitenden Scheibe danach trachten die dort geltenden Randbedingungen

$$\left. \begin{aligned} E_x^e + E_x^b &= 0, \quad E_y^e + E_y^b = 0, \quad H_z^e + H_z^b = 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} (E_x^e + E_x^b) &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} (H_x^e + H_x^b) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} (H_y^e + H_y^b) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5a-f)$$

zu erfüllen. Dieser Forderung kann man bei Verwendung der für die Öffnung errechneten Beugungswelle (3a-f) jedoch nur näherungsweise gerecht werden. Schreibt man (3a-f) in der Form

$$\mathcal{E}^b = \mathbf{l} \cdot E_0 e^{-ikz} + \mathcal{E}^r, \quad \mathcal{H}^b = \mathbf{m} H_0 e^{-ikz} + \mathcal{H}^r, \quad z \geq 0$$

dann sind die Feldstärken hinter der komplementären Scheibe ($z \geq 0$) — wieder für Punkte $\varrho < \varrho_0$ — gegeben durch

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^r, \quad \mathcal{H} = -\mathcal{H}^r \quad (6a)$$

und vor der Scheibe ($z \leq 0$) durch

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E} &= \mathbf{l} \cdot E_0 (e^{-ikz} - e^{ikz}) + \mathcal{E}^r \\ \mathcal{H} &= \mathbf{m} H_0 (e^{-ikz} + e^{ikz}) + \mathcal{H}^r \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

Für Punkte der Mittelnormalen einer Kreisscheibe vom Radius ϱ_0 wurde mit

$$E_x^r = E_0 \frac{1}{2} \{ B + i C \} e^{\mp i k r_0}, \quad E_y^r = E_z^r = 0, \quad z \geq 0 \quad (7)$$

$$B = 1 + \left(\frac{z}{r_0} \right)^2, \quad C = \frac{(k \varrho_0)^2}{(k r_0)^3}, \quad r_0 = \sqrt{\varrho_0^2 + z^2}$$

das \mathcal{E} -Feld errechnet zu

$$\left. \begin{aligned} |E_x| &= E_0 \frac{1}{4} \{ B^2 + C^2 \}^{\frac{1}{2}}, \quad z \geq 0 \\ |E_x| &= E_0 \left[\frac{1}{4} \{ B^2 + C^2 \} - 2 \{ B \sin k r_0 - \right. \\ &\quad \left. - C \cos k r_0 - 2 \sin k z \} \sin k z \right]^{\frac{1}{2}}, \quad z \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (8a, b)$$

¹ Siehe [1] insbesondere Abb. 8, S. 492 und [4] Abb. 7, S. 765.

² Siehe [1] Zusammenfassung der Gl. (2), (17) und (19).

[†] Das „ r “ besagt, daß es sich um die Randwelle handelt.

Im Mittelpunkt der Scheibe ist also

$$E_x = E_0 \frac{1}{4} \left\{ 1 + \frac{1}{(k \varrho_0)^2} \right\}, \quad z = 0, \quad \varrho_0 \neq 0,$$

so daß die Bedingung der vollkommenen Leitfähigkeit weder vor noch hinter der Scheibe für irgendein ϱ_0 zu erfüllen ist.

Der Fehler der obigen Näherung liegt, da in dem vom Schirm freien Teil der Ebene $z=0$ nach (3a—f) die Stetigkeitsbedingungen (4a—f) befriedigt werden, offenbar darin, daß der auf dem Schirm für H_y angenommene Wert falsch ist. Tatsächlich ist auf einem Schirm endlicher Größe eben nicht $H_{\text{tang}}^b = \pm H_{\text{tang}}^e$. Durch diese Bemerkung ergibt sich ein Hinweis, wie man das Verfahren anlegen muß, um auf dem Schirm die Bedingung $E_{\text{tang}}=0$ zu befriedigen: Auf Grund der Symmetrie der MAXWELLSCHEN Gleichungen erhält man bekanntlich aus einer Lösung \mathfrak{E} , \mathfrak{H} eine zweite, wenn man \mathfrak{E} durch \mathfrak{H} und \mathfrak{H} durch $-\mathfrak{E}$ ersetzt. Durch Anwendung dieses Satzes läßt sich aus der obigen Näherung leicht die gewünschte gewinnen. Man hat dann an Stelle von (1), (2) und (6a, b) jetzt

$$E_y^e = -E_0 e^{-ikz} \quad H_x^e = H_0 e^{-ikz}, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}^b &= -E_0 \frac{i}{k} \text{rot}_P \int \frac{e^{-ikr}}{r} df \\ \mathfrak{H}^b &= H_0 \frac{1}{k^2} \text{rot}_P \text{rot}_P \int \frac{e^{-ikr}}{r} df, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= -m E_0 e^{-ikz} - \mathfrak{E}^b \\ \mathfrak{H} &= l H_0 e^{-ikz} - \mathfrak{H}^b. \end{aligned} \right\} \quad (11a, b)$$

Dieser Ansatz, bei dem die Fläche der beugenden Scheibe nicht mehr mit elektrischen sondern mit magnetischen Dipolen belegt erscheint, erfüllt nach (3a—f) die Randbedingungen (5a—f) auf dem Schirm. Für das \mathfrak{E} -Feld auf der Mittelnormalen einer Kreisscheibe vom Radius ϱ_0 ergibt sich aus (11a—c) und (3e, f)

$$\left. \begin{aligned} E_x^b &= 0, \quad E_y^b = \mp E_0 \left(e^{\mp ikz} - \frac{z}{r_0} e^{\mp ikr_0} \right), \\ E_z^b &= 0, \quad z \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

und damit

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_0 \frac{z}{r_0} & z \geq 0 \\ E_y &= E_0 \times & z \leq 0 \\ &\times \left\{ \left(\frac{z}{r_0} \right)^2 - 4 \left(\frac{z}{r_0} \sin kr_0 - \sin kz \right) \sin kz \right\}^{\frac{1}{2}}, & \end{aligned} \right\} \quad (13a, b)$$

Um die Brauchbarkeit und Güte dieser Lösung zu untersuchen, wurden entsprechende Messungen mit einer Wellenlänge von $\lambda=10$ cm an 2 mm starken Aluminiumscheiben vom Radius $\varrho_0=0,5\lambda$, 1λ , $1,5\lambda$, 2λ ausgeführt. Dabei erwies es sich — im Gegensatz zu den Blendenmessungen — aus Intensitätsgründen als zweckmäßig, den Feldverlauf auf der Einfallseite zu messen; damit ergab sich zunächst die Schwierigkeit, daß sich über eine Meßstrecke von $15\lambda=1,5$ m die der Rechnung zugrunde liegende einfallende ebene Welle mit den vorhandenen Mitteln nicht verwirklichen ließ. Indessen konnte die Amplitudenabnahme

der einfallenden Welle längs der Meßstrecke experimentell bestimmt und der Einfluß auf die Beugungsmessungen nachträglich rechnerisch eliminiert werden, so daß die umgerechneten Feldwerte um so mehr denen einer einfallenden ebenen Welle entsprachen,

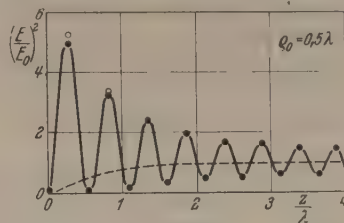


Abb. 1.

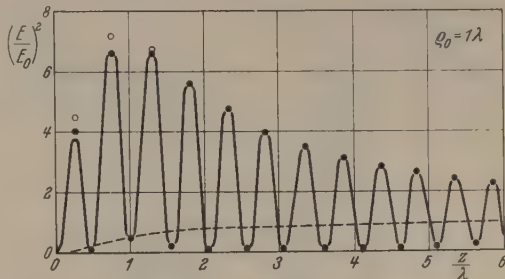


Abb. 2.

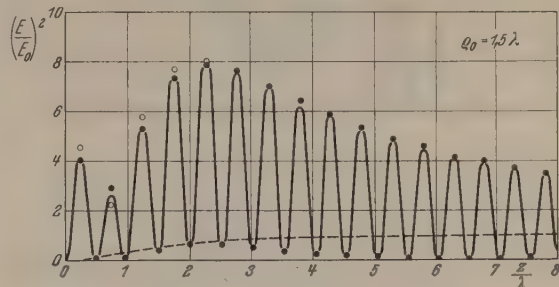


Abb. 3.

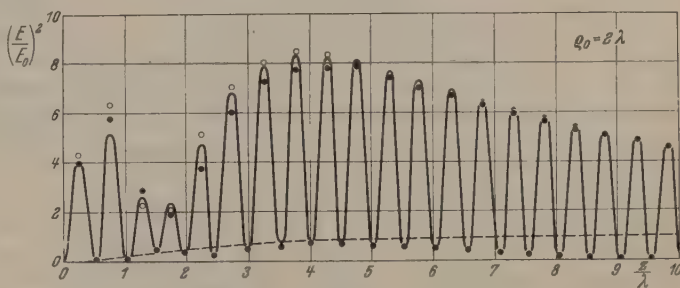


Abb. 4.

Abb. 1—4. Abszisse: Abstand von der Scheibe in Wellenlängen.

Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke
Ordinate: Amplitudenquadrat der einfallenden Welle

Relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormalen vor kreisförmigen Scheiben vom Radius $\varrho_0=0,5\lambda$, 1λ , $1,5\lambda$, 2λ , gerechnet für eine Beugung der Scheibe mit magnetischen Dipolen (—), mit elektrischen Dipolen (O); Meßpunkte: •. (---) Gerechneter Verlauf hinter der Scheibe für die magnetische Dipolbelegung.

je kleiner der Scheibenradius ϱ_0 war. Zwei Meßverfahren, wobei einmal bei festgehaltener Scheibe das Feld durch den Empfangsdipol abgetastet, zum andern durch Verschieben der Scheibe das Interferenzfeld am festgehaltenen Empfänger vorbeigeschoben wurde, führten innerhalb der Meßgenauigkeit (mittlerer relativer Fehler $\pm 3\%$) nach entsprechender Umrechnung zum selben Ergebnis, das dann zum Vergleich gegen die obigen Näherungslösungen herangezogen wurde¹.

¹ Die Messungen wurden im Rahmen einer Staatsexamensarbeit von Herrn Diplomphysiker W. v. BAECKMANN erledigt. Einzelheiten über die Versuchsanordnungen und eine detailliertere Beschreibung des Umrechnungsverfahrens finden sich in [6].

Die Ausmessung des Feldes wurde auf die Mittelnormale der Scheiben beschränkt, weil dort

1. aus Gründen der Symmetrie die Feldstärken der Beugungswelle nur eine Komponente in Richtung der Feldvektoren der einfallenden Welle haben und der in Richtung des \mathcal{E} -Vektors orientierte Empfänger somit die Gesamtfeldstärke anzeigt,

2. die in den verschiedenen Näherungslösungen auftretenden Flächenintegrale geschlossen ausführbar und die Lösungen mit erträglichem Aufwand auszuwerten sind,

3. die vom Scheibenrand kommenden Wellen gleichphasig eintreffen, so daß die Unterschiede in den verschiedenen Ansätzen hier besonders ausgeprägt in Erscheinung treten werden.

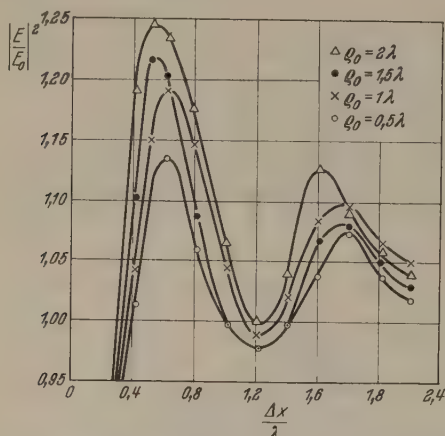


Abb. 5. Abszisse: Abstand vom Scheibenrand in Wellenlängen.

Ordinate: $\frac{\text{Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke}}{\text{Amplitudenquadrat der einfallenden Welle}}$

Gemessenes relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke längs der durch den Mittelpunkt der Scheibe gehenden, zum \mathcal{E} -Vektor der einfallenden Welle parallelen Geraden.

Da der verwendete Empfangsdetektor eine quadratische Charakteristik hatte, wurde nach (13b) das mittlere relative Amplitudenquadrat $|E/E_0|^2$ gebildet und für die untersuchten Kreisscheiben in Abb. 1—4 dargestellt. Bei der graphischen Auswertung von (8b) zeigte sich, daß die Maxima und Minima der stehenden Wellen dem Augenschein nach bei denselben z -Werten liegen wie die nach (13b) errechneten, während sich im Betrag der Maxima in der Nähe der Scheibe Unterschiede bemerkbar machen. Es wurden daher aus Gründen der Übersichtlichkeit an Stelle des gesamten Verlaufes in die Abb. 1—4 nur diese Maxima (\circ) eingezeichnet. Auf Grund des Vergleichs gegen die Meßpunkte (\bullet), zu dem nur die Abb. 1—3 ($q_0 = 0,5\lambda, 1\lambda, 1,5\lambda$) herangezogen wurden, muß man dem Ansatz den Vorzug geben, dem die Annahme magnetischer Dipole zugrunde liegt. Außerdem gehorcht diese Lösung nach Hinzunahme der Ergebnisse für die komplementäre Öffnung [1] dem BABINETschen Prinzip der Elektrodynamik [2], das als eine Folgerung aus den MAXWELLSchen Gleichungen völlig streng ist und daher als Präzisierung des in der Optik angewandten Prinzips angesehen werden kann. Bei der größten gemessenen Scheibe ($q_0 = 2\lambda$) treten gegenüber der Rechnung Abweichungen auf, die mit wachsendem Abstand Sender-Reflektorscheibe geringer werden und ihre Ursache in der nicht exakt ebenen Front der einfallenden Welle haben. Dieselbe Beobachtung wurde auch bei Beugung von Schallwellen

an kreisförmigen Öffnungen gemacht und konnte dort quantitativ geklärt werden, wenn man den auf Grund der Anordnung angebbaren Phasenunterschied in der Erregung der beugenden Fläche berücksichtigte [7].

Die auf der Annahme magnetischer Dipole basierende Näherungsrechnung nimmt auf dem Beugungsschirm die exakten Feldwerte, in der Rahmenebene F im Sinne von KIRCHHOFF die Werte der einfallenden Welle an. Vernachlässigt wird also in (10) ein entsprechendes Integral über F' mit der nicht bekannten Störung $\mathcal{E}^b(\xi, \eta)$ im Integranden und man sieht, worauf es ankommt, damit die Näherung gut ist. Dazu muß der Beitrag des Integrals über F' klein sein gegen den Wert des über F erstreckten Integrals. Dann macht es nämlich nicht viel aus, wenn man auf F' statt des wahren Wertes $\mathcal{E}^b(\xi, \eta) = 0$ setzt. Messungen in der Rahmenebene ergaben, daß die Randwelle im wesentlichen nur eine Komponente in Richtung des \mathcal{E} -Vektors der einfallenden Welle hat. Diese Komponente wurde längs der durch den Mittelpunkt der Scheibe gehenden und zum \mathcal{E} -Vektor der einfallenden Welle parallelen Geraden gemessen. Man erkennt aus Abb. 5, daß sich der Einfluß der Randwelle für alle untersuchten Scheiben etwa auf den selben Bereich erstreckt; daher wird unser Näherungsverfahren die Beobachtung um so besser beschreiben je größer das Verhältnis von Scheibenradius zu Wellenlänge wird.

Es scheint in diesem Zusammenhang von Interesse einmal die Frage zu erörtern, ob die eine angegebene Näherungslösung, die auf dem Schirm die Randbedingungen und im Unendlichen die Ausstrahlungsbedingungen erfüllt, sowie im Fall der ungestörten Wellenausbreitung durch Integration über die gesamte Ebene $z = 0$ die eingestrahelte elektromagnetische Welle liefert, bereits die günstigste ist oder ob andere Näherungen mit den gleichen Eigenschaften ebenfalls zum Ziel führen. Eine zweite derartige Lösung läßt sich unschwer herstellen, wenn man nämlich an Stelle des Integrals in (10) den zweiten Term der bekannten KIRCHHOFFschen Integralformel benutzt und dann — wieder für die einfallende ebene Welle (9) — schreibt

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}^b &= E_0 \frac{1}{k^2} \operatorname{rot}_P \operatorname{rot}_P m \iint_F \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) df \\ \mathcal{H}^b &= -H_0 \frac{i}{k} \operatorname{rot}_P m \iint_F \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-ikr}}{r} df. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Dieser Ansatz bedeutet anschaulich die Annahme einer Doppelschicht von elektrischen Dipolen auf F . Daß er tatsächlich die geforderten Bedingungen erfüllt, läßt sich schnell einsehen, wenn man den Zusammenhang mit (10) herstellt. Bekanntlich ist ein magnetischer Dipol in x -Richtung identisch mit je zwei gegenphasig schwingenden elektrischen Dipolen in y - und z -Richtung. In dieser Auffassung ist (14) der eine Term von (10), da

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \left(n \frac{\partial}{\partial y} - m \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} &= \operatorname{rot} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \left\{ \frac{e^{-ikr}}{r} \right. \\ &= k^2 \operatorname{rot} \left\{ \frac{e^{-ikr}}{r} \right\}. \end{aligned}$$

Für den Vergleich gegen die Messungen interessiert wiederum nur das \mathcal{E} -Feld auf der Mittelnormale. Die

Auswertung von (14) liefert:

$$E_x^b = E_z^b = 0,$$

$$E_y^b = E_0 \frac{ik^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{z}{r} \left\{ \left(\frac{15}{(kr)^3} + \frac{15i}{(kr)^2} - \frac{6}{kr} - i \right) \times \right.$$

$$\times \left. \frac{r^2 - z^2}{r} \sin^2 \varphi - \left(\frac{3}{(kr)^3} + \frac{3}{(kr)^2} - \frac{2}{kr} - i \right) \right\} r dr d\varphi,$$

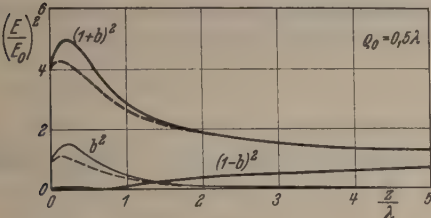


Abb. 6.

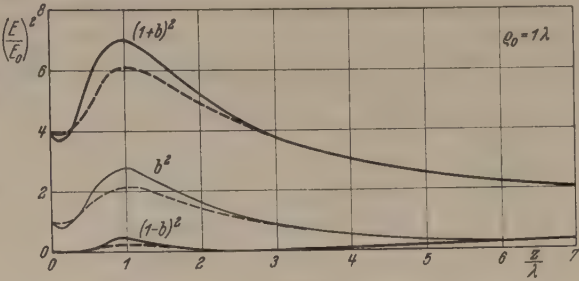


Abb. 7.

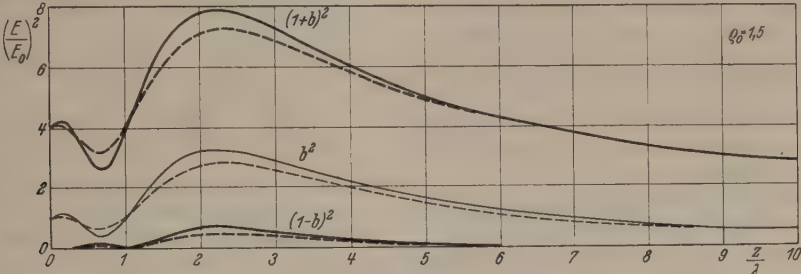


Abb. 8.

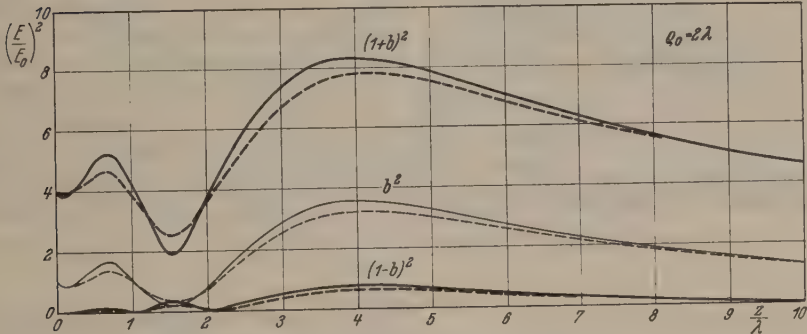


Abb. 9.

Abb. 6–9. Abszisse: Abstand von der Scheibe in Wellenlängen.

Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke
Ordinate: Amplitudenquadrat der einfallenden Welle

Relatives Amplitudenquadrat der Beugungswelle (b^2) und $(1 \pm b)^2$, „Einhüllende“ der stehenden Wellen (s. Text), auf der Mittelnormalen vor kreisförmigen Scheiben vom Radius $\varrho_0 = 0,5 \lambda, 1 \lambda, 1,5 \lambda, 2 \lambda$, gerechnet für eine Belegung der Scheibe mit magnetischen Dipolen (—) und für eine Doppelschicht elektrischer Dipole (----).

$$E_y^b = \mp E_0 \left\{ e^{\mp i k z} - \frac{1}{2} \frac{z}{r_0} (B + D + i 3 C) e^{\mp i k r} \right\}, \quad (15)$$

$$z \geq 0, \quad D = \frac{3 C}{k r_0} = \frac{3 (k \varrho_0)^2}{(k r_0)^4}.$$

Damit findet man schließlich nach (11a):

$$|E_y^b| = E_0 \frac{1}{4} \frac{z}{r_0} \{ (B + D)^2 + 9 C^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad z \geq 0$$

$$|E_y^b| = E_0 \left[\frac{1}{4} \frac{z}{r_0} \{ (B + D)^2 + 9 C^2 \} - \right. \quad (16 a, b)$$

$$\left. - 2 \left\{ \frac{z}{r_0} (B + D) \sin k r_0 - k z D \cos k r_0 - \right. \right.$$

$$\left. \left. - 2 \sin k z \right\} \sin k z \right]^{\frac{1}{2}}, \quad z \leq 0.$$

Aus denselben Gründen wie oben wurde auf die Wiedergabe der stehenden Wellen verzichtet und in den Abb. 6–9 sind nur die die Oszillationen begren-

zenden „Einhüllenden“ gezeichnet. Deren Gleichungen gewinnt man leicht durch folgende Überlegung: Die Gesamtfeldstärke auf der Mittelnormalen vor einer kreisförmigen Scheibe läßt sich allgemein in der Form

$$E(z) = E_0 \{ e^{-i k z} - \mathfrak{b}(z) e^{i k z} \}, \quad z \leq 0 \quad (17)$$

darstellen, wobei der zweite Term die Beugungswelle bedeutet. Mit

$$\mathfrak{b}(z) = b(z) e^{-i 2 \pi \varphi(z)}$$

erhält man für die interessierende Größe

$$\left| \frac{E}{E_0} \right|^2 = 1 + b^2(z) - 2 b(z) \cos (2 k z - 2 \pi \varphi) \quad (18)$$

und daraus für die Einhüllenden

$$\left| \frac{E}{E_0} \right|_{\max}^2 = \{ 1 \pm b(z) \}^2. \quad (19)$$

Dabei ergibt sich für die verschiedenen Ansätze aus

$$(7) \quad \mathfrak{b} = 1 - \frac{1}{2} (B + i C) e^{i k (r_0 - z)}$$

$$b^2 = 1 + \frac{1}{4} (B^2 + C^2) - B \cos k (r_0 - z) - C \sin k (r_0 - z)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } 2 \pi \varphi = \frac{B \sin k (r_0 - z) + C \cos k (r_0 - z)}{2 - B \cos k (r_0 - z) + C \sin k (r_0 - z)} \end{aligned} \right\} \quad (20 a-c)$$

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & b = 1 - \frac{z}{r_0} e^{ik(r_0-z)} \\
 & b^2 = 1 + \frac{z^2}{r_0^2} - 2 \frac{z}{r_0} \cos k(r_0 - z) \\
 & \operatorname{tg} 2\pi\varphi = \frac{\frac{z}{r_0} \sin k(r_0 - z)}{1 - \frac{z}{r_0} \cos k(r_0 - z)}
 \end{aligned}
 \quad (21a-c)$$

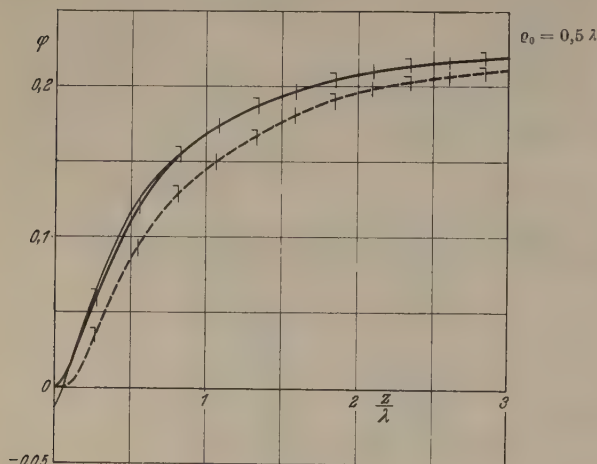


Abb. 10.

Ansatz (14) den gemessenen Feldverlauf nicht so gut wiedergibt wie (10). Die zu erwartende Güte der beiden Näherungen (10) und (14) kann man abschätzen, wenn man das \mathfrak{H} -Feld in der Rahmenebene berechnet und gegen die nach (4b, c) angebbaren Feldwerte vergleicht. Dann müßte sich nach (10) eine bessere Approximation ergeben und das ist auch zu erwarten, weil das nach (14) berechnete \mathfrak{H} -Feld an der Kante des Schirms von höherer Ordnung singulär wird. — Um verstehen zu können, warum bei den verschiedenen hier entwickelten Lösungen die Maxima und Minima der stehenden Wellen nahezu bei denselben z -Werten liegen, muß man den Verlauf der

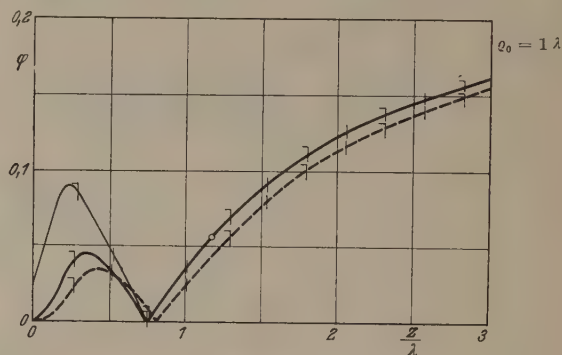


Abb. 11.

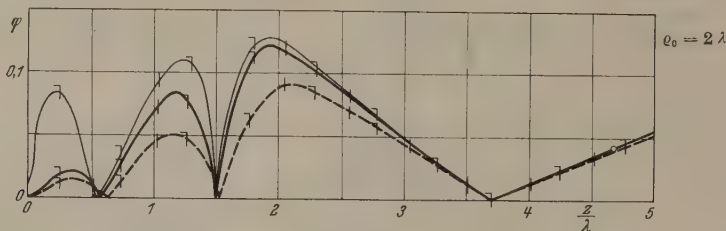


Abb. 12.

Abb. 10—12. Abszisse: Abstand von der Scheibe in Wellenlängen.
Ordinate: Phase der Beugungswelle.

Phase der Beugungswelle auf der Mittelnormale vor kreisförmigen Scheiben vom Radius $r_0 = 0,5 \lambda, 1 \lambda, 2 \lambda$, gerechnet für eine Belegung der Scheibe mit elektrischen (—○) bzw. magnetischen (—×) Dipolen, sowie für eine Doppelschicht elektrischer Dipole (-----).

$$\begin{aligned}
 1 : \left(2 \frac{z}{\lambda} - \varphi \right) &= \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \text{ (Maxima),} \\
 | : \left(2 \frac{z}{\lambda} - \varphi \right) &= 0, 1, 2, \dots \text{ (Minima).}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (15) \quad & b = 1 - \frac{1}{2} \frac{z}{r_0} \{ B + D + i3C \} e^{ik(r_0-z)} \\
 & b^2 = 1 + \frac{1}{4} \frac{z^2}{r_0^2} \{ (B + D)^2 + 9C^2 \} \\
 & \quad - \frac{z}{r_0} (B + D) \cos k(r_0 - z) - \\
 & \quad - \frac{z}{r_0} 3C \sin k(r_0 - z) \\
 & \operatorname{tg} 2\pi\varphi = \frac{\frac{z}{r_0} (B + D) \sin k(r_0 - z) +}{2 - \frac{z}{r_0} (B + D) \cos k(r_0 - z) +} \\
 & \quad + \frac{\frac{z}{r_0} 3C \cos k(r_0 - z)}{+ \frac{z}{r_0} 3C \sin k(r_0 - z)}
 \end{aligned}
 \quad (22a-c)$$

Da $b(z)$ im Vergleich zu dem mit z rasch oszillierenden Glied $\cos(2kz - 2\pi\varphi)$ eine, nur langsam veränderliche Funktion von z ist (s. Abb. 6—9), so liegen die Maxima und Minima der stehenden Wellen in erster Näherung bei solchen Werten von z , für die das \cos -Glied ± 1 wird, d.h. sie sind praktisch Punkte der Einhüllenden. Den Abb. 6—9 entnimmt man, daß der

Phase φ der Beugungswelle angeben. In den Abb. 10 bis 12 ist φ nach (20c), (21c), (22c) in Abhängigkeit von z/λ für die Kreisscheiben vom Radius $r_0 = 0,5 \lambda, 1 \lambda, 2 \lambda$, dargestellt und die in erster Näherung durch

$$\left(2 \frac{z}{\lambda} - \varphi \right) = 0, \quad \frac{1}{2}, \quad 1, \quad \frac{3}{2}, \quad 2, \dots$$

gegebene Lage der Extrema wurde durch senkrechte Striche markiert. Im Vergleich gegen die Abb. 6—9 ergibt sich, daß diese Näherungswerte mit den exakten Werten praktisch identisch sind; außerdem ist die Lage der Maxima für die verschiedenen Ansätze nahezu dieselbe.

Abschließend sei ein einfaches Auswerteverfahren für Reflexionsmessungen angegeben. Die Messung des Feldverlaufs vor dielektrischen Scheiben [6] ergab, daß sich die Beugungswelle von der an der Metallscheibe gleicher Form nur durch einen konstanten Faktor unterscheidet, der identisch ist mit dem nach den Methoden der Optik berechenbaren Reflexionsfaktor. Damit kann man das für ebene, unendlich ausgedehnte Schirme definierte Reflexionsvermögen auch an Scheiben endlicher Größe durch Vergleich von zwei Registrierungen messen. Im Besitz der

obigen Rechenergebnisse läßt sich das bisher reichlich umständliche Auswerteverfahren einer solchen Messung wesentlich vereinfachen. An Stelle von (17) muß es im Fall einer Scheibe mit dem Reflexionsfaktor r

$$E(z) = E_0 \{e^{-ikz} + r b(z) e^{ikz}\}, \quad r = r e^{i\delta} \quad (23)$$

heißen. Bedeutet d das Verhältnis

$$d = \frac{\text{Minimum der elektrischen Feldstärke}}{\text{Maximum der elektrischen Feldstärke}},$$

so erhält man aus (23) über (18), (19)

$$r b(z) = \frac{1-d}{1+d} \quad (24)$$

eine aus der Theorie der Meßleitung geläufige Formel, wobei wegen der dort gewährleisteten ebenen Wellen $b \equiv 1$ ist.

Auf Grund der quadratischen Charakteristik des Empfängers entnimmt man den Registrierungen jedoch die Größe

$$d' = \frac{E_{\max}^2}{E_{\min}^2}.$$

Aus (23) ergibt sich für

$$d' = \frac{\{1 - b(\varrho_0, z) r\}^2}{\{1 + b(\varrho_0, z) r\}^2}. \quad (25)$$

Zweckmäßig mißt man nicht in dem stark gegliederten Nahfeld, sondern im Bereich nach dem letzten Maximum der Einhüllenden (s. Abb. 1—4); dann kann man für b einen festen Wert annehmen, der nur noch von der gewählten Anordnung (ϱ_0, z) abhängt und etwa zwischen 0,9 und 1,5 liegt. Damit ist in (25) d' eine monoton mit r wachsende Funktion, die bereits bei sehr kleinem r steil ansteigt, so daß auch kleine Reflexionsfaktoren, wie sie z.B. bei „schwarzen Schirmen“ auftreten, empfindlich gemessen werden können.

Zusammenfassung.

Die auf der Mittelnormalen vor vollkommen leitenden Kreisscheiben beiseinkrechter Inzidenz „ebener“ elektromagnetischer Wellen beobachteten Beugungserscheinungen werden gegen drei Näherungslösungen verglichen. Die beste Übereinstimmung mit den Messungen gibt der Ansatz, dem die Annahme einer Belegung der Scheibe mit magnetischen Dipolen zugrunde liegt. Er erfüllt an der Scheibe die Randbedingungen der vollkommenen Leitfähigkeit und gehorcht dem streng gültigen BABINETschen Prinzip der Elektrodynamik, wenn man das Ergebnis einer früheren Untersuchung an komplementären Blenden hinzunimmt, wo der beobachtete Feldverlauf durch die Annahme elektrischer Dipole in der freien Öffnung gut beschrieben werden konnte. Die hier verwendeten auf dem HUYGHENSchen Prinzip basierenden Formeln werden in einer späteren Arbeit ihre strenge Begründung erfahren. Man kann nämlich ähnlich, wie sich aus der KIRCHHOFFschen Identität entweder der Term mit der Punktquellenbelegung oder der mit der Doppelquellenbelegung durch Verwendung geeigneter GREENscher Funktionen eliminieren läßt, aus einer entsprechenden vektoriellen Identität mit Hilfe geeigneter GREENscher Tensoren Ausdrücke gewinnen, die die Berechnung des Feldes aus der Tangentialkomponente von \mathcal{E} oder \mathcal{H} auf der Beugungsfläche gestatten. Diese zunächst strengen Formeln gehen bei ebenen Schirmen mit den KIRCHHOFFschen Näherungsannahmen in die oben verwendeten Formeln über.

Literatur. [1] SEVERIN, H.: Z. Naturforsch. **1**, 487 (1946). — [2] MEIXNER, J.: Z. Naturforsch. **3a**, 506 (1948). — [3] MEIXNER, J., u. W. ANDREJEWSKI: Ann. Phys. **7**, 157. — [4] ANDREWS, C. L.: J. appl. Phys. **21**, 761 (1950). — [5] SCHOCH, A.: Akust. Z. **6**, 318 (1941). — [6] SEVERIN, H., u. W. V. BAECKMANN: Z. angew. Phys. (im Druck). — [7] SEVERIN, H., u. CL. STARKE: Acustica (im Druck).

Dr. HANS SEVERIN, III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen, Bürgerstr. 42.

Berichte.

Fortschritte auf dem Gebiet der optischen Pyrometrie in den Jahren 1940 bis 1950.

Von JOACHIM EULER, Braunschweig.

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 24. April 1950.)

1. Der vorliegende Bericht gibt einen Überblick über die Entwicklungsrichtungen der optischen Pyrometrie in den Jahren 1939 bis 1950. Für die Auswahl gerade dieses Berichtsraumes war es maßgebend, daß 1938 das Buch von HOFFMANN und TINGWALDT¹ erschienen ist, das die gesamte Kenntnis der pyrometrischen Arbeitsmethoden enthält, und daß etwa 1939 die Verbindung mit dem ausländischen Schrifttum abreißt. Der Bericht versucht, alle in diesem Zeitraum erschienenen Arbeiten zu erfassen. Vollständig berücksichtigt sind die in den großen Berichtsblättern² referierten Arbeiten und darüber hinaus eine

¹ HOFFMANN, F., u. C. TINGWALDT: Optische Pyrometrie. Braunschweig 1938.

² Benutzt wurden die Physikalischen Berichte, die Elektrotechnischen Berichte, das Chemische Zentralblatt und die Science Abstracts.

Reihe von einschlägigen Arbeiten aus dem J. opt. Soc. Amer., dem J. sci. Instrum., der Rev. sci. Instrum. und der Rev. Optique. Trotzdem sind natürlich gelegentliche Lücken nicht völlig zu vermeiden.

Die wesentliche Entwicklung im Berichtsraum geht in zweierlei Richtungen, die beide durch den starken industriellen Einsatz der Pyrometer bedingt sind. Die Technik verlangt Pyrometer, die der Meßtemperatur nahezu trägheitsfrei folgen können, sei es zur Beherrschung einer zwangsweise in bestimmter Zeit erfolgenden Wärmebehandlung, oder zur Überwachung einer Fließbandfertigung. Für diese Messungen kommen Glühfadenpyrometer oder andere Einstellpyrometer kaum in Frage, weil der Abgleichvorgang schwer zu mechanisieren ist und eine kontinuierliche Messung schneller Vorgänge nur sehr bedingt zuläßt.

Ausschlagpyrometer, die mit thermischen Empfängern arbeiten, sind meist zu träge und liefern außerdem zu kleine Spannungen, die sich schlecht verstärken lassen. In vielen Fällen ist es aber erwünscht, vom Pyrometer aus die Energiezufuhr zum Ofen oder die Bandgeschwindigkeit zu beeinflussen, und oft muß ein schreibendes Meßgerät angeschlossen werden. Man hat daher mehr und mehr auf photoelektrische Empfänger zurückgegriffen, auf Sperrschichtzellen und Photokathoden. Meist arbeiten sie mit periodisch bewegten Blenden im Strahlengang, so daß also Wechsellastungsverstärker benutzt werden und alle erforderlichen Regel- und Meßgeräte mit ausreichender Leistung versorgt werden können. Die photoelektrischen Pyrometer ermöglichen sowohl die Messung schwarzer, als auch die Messung von Farbtemperaturen, werden aber meist als fest eingebaute, auf den Verwendungszweck stark zugeschnittene Spezialgeräte gebaut. In diesem Falle kann eine besondere Eichung vorgenommen werden, die das Emissionsvermögen des anzumessenden Gutes berücksichtigt und es so gestattet, die wahre Temperatur zum Regelvorgang zu benutzen. Für allgemeine Zwecke sind die photoelektrischen Pyrometer weniger geeignet, weil sie aus energetischen Gründen nicht hinter strengen Filtern zu verwenden sind und weil das für viele Fälle in der Literatur niedergelegte Gesamtemissionsvermögen wegen ihrer starken Selektivität nicht zur Berechnung der wahren Temperatur verwendet werden kann.

Den normalen photoelektrischen Pyrometern ist aber wegen ihrer speziellen Empfindlichkeitsverteilung das Gebiet tiefer Temperaturen ($< 700^{\circ}\text{C}$) nur schlecht zugänglich. Gerade das Temperaturgebiet zwischen 200 und 700°C ist aber industriell außerordentlich wichtig. Der Wunsch, auch hier schnell arbeitende, robuste und lediglich im optischen Kontakt mit dem Werkstück stehende Pyrometer zur Verfügung zu haben, führte zunächst zur Verwendung der im Kriege entwickelten PbS- und PbSe-Photowiderstände. Wegen der verhältnismäßig schlechten Reproduzierbarkeit und der mangelnden Linearität der Photowiderstände geht man aber in der letzten Zeit wieder auf thermische Empfänger zurück. Inzwischen sind in den Halbleiterbolometern genügend trägheitsfreie und praktisch unselektive Empfänger entwickelt worden, so daß auch die Forderung nach hoher Geschwindigkeit erfüllt werden kann. Ein universelles Gerät ist mit Thermistoren ohne weiteres möglich; die Pyrometer fertige Industrie hat aber ein derartiges Instrument noch nicht vorgelegt.

2. Die Entwicklung der Pyrometrie wird wesentlich durch die Genauigkeit der bestehenden Temperaturskala beeinflusst. Im Rahmen dieses Berichtes ist es nicht notwendig, auf die Neufestlegung der Temperaturskala einzugehen, die auf der neunten Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahre 1948 erfolgte [25], [28], [34]. Über die Entwicklung des c_2 -Wertes, der 1948 auf $1,438\text{ cm} \cdot \text{Grad}$ festgesetzt wurde, ist zudem in dieser Zeitschrift vor kurzem eingehend berichtet worden [36]. Es sei lediglich gestattet, einige der 1948 festgesetzten Fixpunkte aufzuführen, s. Tabelle 1. Sie gibt die Schmelzpunkte einer Reihe von Metallen wieder, die zu praktischen Eichzwecken verwendet werden können.

Weiter sei kurz an die Definition der einzelnen Temperaturen erinnert. Wir unterscheiden die schwarze,

Tabelle 1. Einige primäre und sekundäre Temperaturnormale.

Ag	$960,8^{\circ}\text{C}$	Pd	1552°C
Au	$1063,0^{\circ}\text{C}$	Pt	1769°C
Cu	$1083,4^{\circ}\text{C}$	Rh	1960°C
Ni	1453°C	Ir	2443°C
Co	1492°C	W	3380°C

Farb- und WIENSche Temperatur. Die schwarze Temperatur ist definiert als die Temperatur des Schwarzen Körpers, der in einem bestimmten Spektralbereich die gleiche Energie abgibt, wie das Meßobjekt im gleichen Spektralbereich. Je nach der Breite dieses Wellenlängenabschnittes spricht man von der (schwarzen) Gesamtstrahlungstemperatur, gemessen etwa mit dem FERYschen Pyrometer, der schwarzen (Teilstrahlungs-) Temperatur, die man mit dem Glühfadenpyrometer hinter Filtergläsern erhält, oder der monochromatischen schwarzen Temperatur, die hinter Spektralapparaten gemessen wird.

Die Definition der schwarzen Temperaturen benutzt also nur Energiebeträge und betrachtet die Energieverteilung auf den untersuchten Spektralbereich nicht. Die Farbtemperatur dagegen benötigt zur Definition nur die relative Energieverteilung in einem größeren Spektralbereich, während der Absolutwert der Energie nicht benutzt wird. Die elementarste Definition der Farbtemperatur gibt sie als die Temperatur des gleichfarbigen schwarzen Körpers an. Damit ist aber die physikalische Energieverteilung nicht zu gewinnen, da das Auge auf die vieldeutige Farbmeterik eingestellt ist und keine physikalisch eindeutigen Aussagen machen kann. Außerdem ist die Angabe einer Farbtemperatur für ausgesprochene Selektivstrahler unsinnig. Man postuliert daher zunächst, die Energieverteilung $e(\lambda)$ des Meßobjektes sei im untersuchten Spektralgebiet durch die Energieverteilung des Schwarzen Körpers $E(\lambda, F)$ bei irgendeiner Temperatur F , nämlich der Farbtemperatur des Meßobjektes, bis auf einen konstanten Faktor f darstellbar: $e(\lambda) = f \cdot E(\lambda, F)$, worin f als Farbemissionsvermögen bezeichnet wird.

Diese zweite Definition, die in praxi nicht erfüllt ist, weil f von λ und F abhängt, führt sofort zu der dritten, die nur zwei diskrete Wellenlängen λ_1 und λ_2 benutzt. Die Farbtemperatur ist hier definiert durch den schwarzen Körper, dessen Abstrahlungen $E(\lambda_1, F)$ und $E(\lambda_2, F)$ das gleiche Verhältnis bilden, wie die Abstrahlungen $e(\lambda_1)$ und $e(\lambda_2)$ des Meßobjektes

$$\frac{E(\lambda_1, F)}{E(\lambda_2, F)} = \frac{e(\lambda_1)}{e(\lambda_2)}.$$

Aus den monochromatischen schwarzen Temperaturen $S(\lambda_1)$ und $S(\lambda_2)$ kann man die Farbtemperatur nach der Formel

$$\frac{1}{F} = \frac{\frac{1}{\lambda_1 S(\lambda_1)} - \frac{1}{\lambda_2 S(\lambda_2)}}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}.$$

berechnen, die allerdings nur für die WIENSche Formel, also bei niedrigen λT -Werten gilt.

Da im allgemeinen das Farbemissionsvermögen von der Wellenlänge abhängt, ist F von der Wahl der beiden Wellenlängen λ_1 und λ_2 nicht unabhängig.

Man hat daher durch Grenzübergang eine wellenlängenabhängige differentielle Farbtemperatur definiert, die nach der Formel

$$\frac{1}{F} = \frac{d\left(\frac{1}{\lambda S}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)}$$

berechnet wird. Da man in der Praxis $\frac{1}{\lambda S}$ genügend genau als quadratische Funktion von $1/\lambda$ angeben kann:

$$\frac{1}{\lambda S} = A + B\left(\frac{1}{\lambda}\right) + C\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2,$$

erhält man für die differentielle Farbtemperatur eine etwa lineare Abhängigkeit von $1/\lambda$:

$$\frac{1}{F} = B + 2C\left(\frac{1}{\lambda}\right).$$

Außer der Energieverteilung und dem absoluten Betrag der abgestrahlten Energie kann man auch das Maximum der Energieverteilung zur Definition einer Temperatur heranziehen. Diese *WIENSche oder Verschiebungstemperatur* ist also durch das *WIENSche Verschiebungsgesetz* festgelegt. Sie hat für die Praxis nur wenig Bedeutung, weil die Energieverteilung im Spektrum nur schwer für die Festlegung des Maximums genügend genau gemessen werden kann.

In englischen und französischen Arbeiten werden die folgenden Ausdrücke verwendet:

Gesamtstrahlungstemperatur = Radiation temperature = Temperature de radiation.

Schwarze Teilstrahlungstemperatur = Brightness temperature = Temperature de brillance.

Farbtemperatur allgemein = Colour temperature = Temperature de couleur. Farbtemperatur, die auf dem Verhältnis zweier Energien im roten und blauen beruht = Red — blue — ratio temperature.

Im folgenden sei auf die einzelnen Arbeiten näher eingegangen, wobei die zusammengehörigen Aufsätze unter einer Reihe von zusammenfassenden Gesichtspunkten betrachtet werden mögen.

3. Allgemeine Arbeiten, zusammenfassende Berichte usw. Neben den schon oben angeführten Berichten über die neunte Generalkonferenz sind zunächst eine Reihe von kleineren Arbeiten zu erwähnen, auf die nicht im einzelnen eingegangen werden kann [5], [8], [11], [29], [49], [50]. Auf dem Symposium on Temperature, its Measurement and Control in New York im November 1939 hielt FORSYTHE ein größeres Referat [7] über optische Pyrometrie, das auf viele Einzelfragen der pyrometrischen Technik im einzelnen eingeht. Unter anderem werden die zur Meßbereicherweiterung nach oben verwendeten Hilfsmittel besprochen und die Fehlergrenzen eingehend beleuchtet. FORSYTHE weist darauf hin, daß der damals noch benutzte Wert von $c_2 = 1,432$ zweckmäßig auf 1,436 zu erhöhen sei, verwendet aber in seinen Rechnungen durchweg noch den niedrigeren Wert. Denselben Vorschlag macht WENSEL in seinem am gleichen Ort gehaltenen Referat [9] über Temperatur und Temperaturskala. Dieser Wert wird von LOWAN und BLANCH aufgenommen und zur Berechnung einer Tafel der PLANCKschen Strahlungsfunktion verwendet [40]. Sie enthält die auf 1 normierten fünf-

stelligen Werte der Strahlungsfunktion für $0,050 < \lambda T < 2,0$ mit Angabe der zweiten Differenzen für quadratische Interpolation, und zwar sowohl die Energiewerte, wie die Quantenzahl. Weiter sind die Anteilfunktion und die zur Umrechnung der normierten in die wahren Werte nötigen Zahlen angegeben und eine Reihe von Spezialtafeln. Wegen des verhältnismäßig hoch liegenden c_2 -Wertes, der nur um 0,002 unter dem 1948 neu festgesetzten liegt, ist diese Tafel für den praktischen Gebrauch sehr wertvoll. Für die Umrechnung von wahrer in schwarze und die Ermittlung der Farbtemperatur aus zwei schwarzen Temperaturen verschiedener Wellenlänge haben EULER u. a. [37] zwei Nomogramme veröffentlicht, die $c_2 = 1,438$ und die PLANCKsche Formel benutzen, die seit 1948 für die Pyrometrie vorgeschrieben ist.

4. Mit der pyrometrischen Meßgenauigkeit befassen sich eine Reihe von Arbeiten besonders im Hinblick auf die Einstellpyrometer. Zu nennen sind hier die Arbeiten von JAGERSBERGER [31] sowie EULER u. a. [38], von denen die erstere sich mit den technischen Geräten befaßt, während sich die zweite als Problem eine möglichst hohe Einstellsicherheit stellt. Die Verfasser können durch die Verwendung einer besonderen Kontrasteinrichtung die Einstellgrenze auf weniger als 0,2% herunterdrücken und so sehr kleine Temperaturdifferenzen messen. Die Einstellgenauigkeit ist damit größer, als die Definition der Konstanten c_2 , so daß also eine absolute Messung nicht entsprechend genau möglich ist. GIOUANELLI u. a. [53] benutzen zur Erhöhung der Einstellsicherheit einen Polarisator hinter dem Vergleichsfaden. Sie können so die ungünstige LAMBERT-Verteilung des Fadens verbessern und erreichen mit größeren Blenden als sonst üblich eine befriedigende Einstellung. Ebenfalls mit den Fadenpyrometern befaßt sich BARBER [16], [19], der die zweckmäßige Konstruktion und ebenso wie BRINKMAN u. a. [26] die Eigenschaften der Pyrometerlampen mit Wolfram-Faden untersucht. Für die Meßgenauigkeit ist bekanntlich die Freiheit von Linsenfehlern und die Beugung von ausschlaggebender Bedeutung. BARRET [43] konnte z. B. zeigen, daß diese Einflüsse bei der Flammentemperaturmessung nach der Methode der Linienumkehr bis zu 100° Fälschung verursachen können. Auf die Frage der Filterwellenlängen geht CUNNOLD [1] ein. Er berechnet die effektiven Wellenlängen für eine Reihe von Filtern vom Goldpunkt ausgehend bei Extrapolation mittels rotierendem Sektor. Seine Extrapolationsformel leitet er aus dem WIENSchen Gesetz her; sie enthält aber im Gegensatz zu den bisher gebräuchlichen nicht die wahre, sondern die Farbtemperatur. Mit den nötigen Korrekturen für Gesamtstrahlungs-pyrometer bei nicht schwarzer Strahlung befaßt sich HARRISON [15]. Er gibt Korrekturtafeln für die nicht schwarzen Strahler bei Pyrex- und Quarzlinsen an und berücksichtigt die Strahlungsschwärzung durch höher-, gleich- und tiefer temperierte Umgebung. Weiter sind Tabellen für den Einfluß von vorgelagerten Flammen, Rauch, Ofengasen, die Gasstrahlung angegeben. CARLISLE u. a. [32] berücksichtigen die Temperaturabhängigkeit der Eigenschaften von PbS-Widerständen, die in Pyrometern benutzt werden. Die Energieeinstrahlung erwärmt die Photowiderstände um rund 30°C , die Autoren konnten jedoch zeigen, daß die Eigenschaftsänderungen innerhalb der Meßgenauigkeit liegen. Im

Anschluß an die oben erwähnten Arbeiten [31] und [38], bei denen die physiologischen Gegebenheiten des Beobachters eine große Rolle spielen, ist noch die von FORNANDER [12] durchgeführte Untersuchung der Meßfehler von Farbenuntüchtigen bei der Verwendung von Bioptix-Pyrometern zu erwähnen. Im Gegensatz zur monochromatischen Pyrometrie tritt natürlich bei der Farbtemperaturmessung eine starke Behinderung ein.

Die Forderung nach hohen Genauigkeiten bei den Fadenpyrometern führt zu Anforderungen an die Strommesser, die im allgemeinen nicht erfüllt werden können. Nimmt man einen maximalen Fadenstrom von 0,3 Amp. an, so ist für eine Änderung um 3° eine Stromänderung von rund 1 mA zu erwarten. Soll die Meßgenauigkeit $\pm 0,5^\circ$ betragen, so wird eine Strommessung auf $\pm 0,5\%$ verlangt, die praktisch nicht

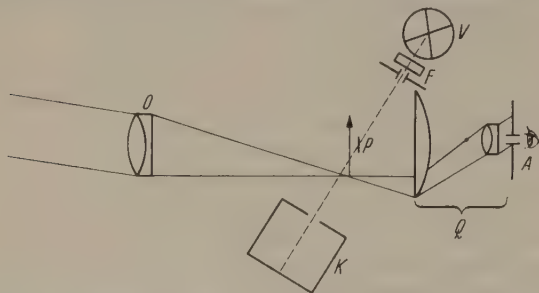


Abb. 1. Das vergütete Objektiv O entwirft ein reelles Bild in der Ebene des Papierstreifens P, das mit dem Okular Q durch die Austrittspupille A betrachtet wird. Die Vergleichslampe V beleuchtet ohne jede Optik den Papierstreifen P schräg von der Seite durch ein Filter F, das die Farbtemperatur herabsetzt. Der Fangkasten K nimmt das Streulicht auf, das an dem Papierstreifen vorbeigeht.

mit einem tragbaren Instrument zu erfüllen ist. Große Teile der Skala werden aber gar nicht benutzt. Aus diesem Grunde hat man früher Kunstschaltungen mit Doppelspulninstrumenten oder Glühlampenbrücken verwendet, ist aber praktisch immer wieder davon abgegangen. Die Arbeiten [3], [6], [14] schlagen deshalb auch für technische Instrumente kompensatorartige Potentiometer mit empfindlichen Nullindikatoren vor, die eine erhebliche Steigerung der Strommeßgenauigkeit ermöglichen.

5. Photoelektrische und andere schnell reagierende Pyrometer. Bei den schnell reagierenden Pyrometern behaupten die Instrumente mit Sperrschichtzellen und PbS-Widerständen das Feld. Während LAND u. a. [23] die Gesamtstrahlung messen, befassen sich die Arbeiten von MALPICA [31] und MIDDLETON u. a. [41] mit der Messung der Farbtemperatur. PARKER u. a. [11], MARSHALL u. a. [47] und LEE u. a. [18] verwenden PbS-Zellen. ROBERTS [24] wendet eine Gasphotozelle an, hält aber die Vakuumzelle für besser geeignet. RUSSEL u. a. [42] benutzt zwei Photokathoden, um in einer WHEATSTONE-Brücke das Intensitätsverhältnis zweier von Filtern durchgelassener Wellenlängenbereiche zu ermitteln, und bekommt daraus die Farbtemperatur. Sein Instrument wird sowohl für Handeinstellung, als auch mit automatischer Registrierung gebaut. HUNSINGER u. a. [52] bestrahlen eine Photozelle alternierend über eine rotierende Blende von Meßobjekt und Vergleichsstrahler aus. Die Vergleichslampe wird geregelt bis die Photozelle keinen Wechselstrom mehr abgibt. Als Nullindikator dient ein phasenabhängiges Nullinstrument, das die Unterscheidung zwischen zu heller und zu dunkler Vergleichslampe erlaubt.

Den hier genannten Geräten ist durchweg eine Genauigkeit zwischen ± 5 und $\pm 20^\circ$ eigen. Sie erlauben teilweise Temperaturmessungen bis zu 150°C herunter. Photokathoden mit Sekundäremissionsvervielfacher sind erst in jüngster Zeit von EULER [39] in Verbindung mit einem mechanischen Resonanzkreis zur Messung sehr kleiner Temperaturdifferenzen und von HETT u. a. [46] zur Messung von Flammentemperaturen herangezogen worden. Für absolute Messungen eignen sie sich wegen ihres schwankenden Verstärkungsgrades meist nicht. GORRILL [30] benutzt zur Überwachung des Lötvorganges von Konservendosen ein Thermistor-Bolometer. Es handelt sich hier um die Temperaturmessung einer frisch gelöteten Längsnaht, wobei bis zu 6 Kannen sekundlich durchlaufen. Der Temperaturbereich ist 200 bis 370° , die Genauigkeit etwa $\pm 3^\circ$. Eine besondere Eichvorrichtung ist vorgesehen, es wird Wechsellicht von 200 Hz benutzt. Neben diesen Methoden darf daran erinnert werden, daß bei höheren Temperaturen mittels einer Schmalfilmkamera ebenfalls schnelle Temperaturmessungen möglich sind. HALL u. a. [17] konnte mit einer 16 mm-Kamera bei etwa 1500°C eine Genauigkeit von 10 bis 20° erreichen.

6. Langsam reagierende Pyrometer, insbesondere im Ultraroten arbeitend. Über normale Glühfadenpyrometer liegt außer einer Firmenveröffentlichung [54] nur eine kurze Arbeit von HAGEDOORN [2] vor, der vorschlägt, die Apertur der Pyrometer durch die Verwendung einer schlitzförmigen Aperturblende, die parallel zum Vergleichsfaden gerichtet ist, zu erhöhen. Er hofft, auf diese Weise den Meßbereich nach unten ausdehnen zu können. Der gleiche Gedanke ist aber bereits 1937 von STOTT [44] ausgesprochen worden. Überdies ist die geringe Erweiterung des Meßbereichs nach unten nach der Erfahrung des Berichters von einer erheblichen Vergrößerung der Unsicherheit begleitet. Es erscheint sinnvoller, für tiefe Temperaturen besondere Instrumente ohne Rotfilter anzuwenden, die mit einem beleuchteten Papierstreifen oder ähnlichem als Vergleichslichtquelle arbeiten. Eine derartige Anordnung hat sich beim Bericht gut bewährt, s. auch [48]. Das Prinzip gibt die Abb. 1 wieder. Eine ähnliche Anordnung verwenden BARBER u. a. [35], die aber durch einen Bildwandler beobachten und bis etwa 400°C herunter messen können. Ein zweites Pyrometer mit Bildwandler stammt von PRATT [23]. HARRISON u. a. [13] sowie MOUZON u. a. [33] geben Verbesserungen des bekannten thermoelektrischen Gesamtstrahlungspyrometers mit Flußspat- oder Quarzlinse an. Sie können bei Temperaturen von 40 bis 200°C noch messen, weil empfindliche Galvanometer verwendet werden. Der Nullpunktsgang wird dadurch ausgeschaltet, daß die Thermosäule in einem Thermostaten sitzt, der mittels Widerstandsthermometer auf weniger als $0,5^\circ$ konstant gehalten wird. Während die beiden letztgenannten die Gesamtstrahlung messen, konnte STRONG [4] ein monochromatisches Ultrapyrometer für den Bereich -100 bis $+100^\circ\text{C}$ angeben. Er benutzt die Reststrahlung von Quarz ($8,8\mu$), Apophyllit ($9,7\mu$) und Carborund (12μ). In diesem Gebiet lassen sich die Temperaturen auf $0,1^\circ\text{C}$ genau bestimmen. Die Nullpunktsschwankungen werden durch thermische Isolierungen so weitgehend verhindert, daß in der prallen Sonne gemessen werden

kann. Zur Eichung dienen schwarze Körper von 0° und 100° C. Die Verwendung diskreter Ultrarotwellenlängen bringt gegenüber der Gesamtstrahlung den Vorteil mit sich, daß die Absorptionen in Luft fortfallen, daß also die Messungen unabhängig vom durchstrahlten Luftweg werden.

Zusammenfassung.

Die Entwicklungsrichtungen der Pyrometrie in den letzten 10 Jahren werden dargestellt. Sie bringen einerseits ein Vordringen in Richtung auf niedrige Temperaturen und auf schnellere Anzeige und erlauben damit den Einsatz als Steuergerät in der industriellen Fertigung. Andererseits wird durch Steigerung der Meßgenauigkeit ermöglicht, im Laboratorium neue Methoden anzuwenden. Die Definition der Temperaturskala ist für genaueste, noch mögliche Messungen nicht mehr ausreichend.

Der Bericht umfaßt alle in den großen Berichtsblättern referierten Arbeiten im Zeitraum 1940 bis 1950 und darüber hinaus eine Reihe von nicht referierten Arbeiten im J. opt. Soc. Amer., in der Rev. Optique, in der Rev. sci. Instrum. und im J. sci. Instrum.

Literatur. [1] CUNNOLD, F. A.: Effective wavelengths for calibration of disappearing filament optical pyrometers. *Phil. Mag.* **28**, 588—591 (1939). — [2] HAGEDOORN, J. G.: Optical pyrometers for general use. *Physica*, Haag **6**, 1126—1128 (1939). — [3] MACHLER, R. C.: (Potentiometerschaltung für tragbare Fadenpyrometer.) *Rev. sci. Instrum.* **10**, 386—388 (1939). — [4] STRONG, J.: New radiation pyrometers. *J. opt. Soc. Amer.* **29**, 520—530 (1939). — *Phys. Rev.* (2) **55**, 1114 (1939). — [5] HAGEDOORN, J. G.: Measurements of low and high temperatures. *Ned. Tijdschr. Natuurk.* **7**, 49—64 (1940). [6] *Leeds and Northrup Co., Philadelphia*: Potentiometer type optical pyrometer. *J. sci. Instrum.* **17**, 265 (1940). — [7] FORSYTHE, W. E.: Optical pyrometry. *J. appl. Phys.* **11**, 408—420 (1940). — [8] HAGEDOORN, J. G.: (Optische Pyrometrie.) *Nederl. Tijdschr. Natuurk.* **7**, 49—64 (1940). — [9] WENSEL, H. T.: Temperature and temperature scales. *J. appl. Phys.* **11**, 373—387 (1940). — [10] MALPICA, J. T. M.: Blocking layer cell colour temperature/pyrometer. *Gen. Electr. Rev.* **44**, 439—443 (1941). — [11] RIEMENS, J.: (Optische Pyrometer in der Härterei.) *Philips techn. Rdsch.* **6**, 29—31 (1941). — [12] FORNANDER, SVEN: Über den Einfluß des Farbsinnes auf Temperaturablesung mit Biopix-Pyrometern. *Jernkont. Anal.* **125**, 67—80 (1941). — [13] HARRISON, T. R., and W. H. WANNAMAKER: Improved radiation pyrometer. *Rev. sci. Instrum.* **12**, 20—32 (1941). — [14] FRASER, J. J.: An electronic potentiometer pyrometer. *Electr. Engng.* **17**, 340—344 (1945). — [15] HARRISON, T. R.: Industrial use of radiation pyrometers under non blackbody conditions. *J. opt. Soc. Amer.* **35**, 708—723 (1945). — [16] BARBER, C. R.: Design and performance of some commercial optical pyrometers of the disappearing filament type. *J. Iron. Steel Inst.* **42**, 171—188 (1945) und **43**, 362—364 (1946). (Advance copy Febr. 1946.) — [17] HALL, J. A.: Photographic photometry applied to the measurement of liquid steel temperature. *Photogr. J.* **86B**, 117—132 (1946). — [18] LEE, E., and R. C. PARKER: Use of lead sulphide photoconductive cells for high-speed pyrometry. *Nature*, Lond. **158**, 518 (1946). — [19] BARBER, C. R.: Factors affecting the reproducibility of brightness of tungsten strip lamps for pyrometry standardisation. *J. sci. Instrum.* **23**, 238—242 (1946). — [20] PROISY, P., and J. GAUZIT: (Messung der Farbtemperatur mit Hilfe der Rotationsdispersion von Quarz.) *Rev. Opt.* **26**, 1—23 (1947). — [21] LUND, H.: The design of barrier

layer photocell pyrometers. *J. sci. Instrum.* **24**, 95—97 (1947). — [22] LAND, T., and H. LUND: Photometric pyrometer for a small high frequency induction furnace. *J. Iron. Steel Inst.* **156**, 75—77 (1947). — [23] PRATT, T. H.: (Glühfadenpyrometer mit Ultrarot-Bildwandler.) *J. sci. Instrum.* **24**, 312 (1947). — [24] ROBERTS, M. H.: Photoelectric pyrometers of rapid response. *J. sci. Instrum.* **25**, 337—339 (1948). — [25] BOZZA, G.: (Neufestsetzung des e_2 -Wertes und der Fixpunkte.) *Nuovo Cim.* **5**, 107 (1948). — [26] BRINKMAN, RUTGERS and DE VOS: Difficulties in the determination of the true temperature of tungsten. *Rev. Opt.* **27**, 426—430 (1948). — [27] PARKER and MARSHALL: The measurements of the temperature of sliding surfaces with particular reference to railway brake blocks. *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Lond. **158**, 202—229 (1948). — [28] STIMSON, H. F.: The international temperature scale of 1948. *J. Res. Nat. Bur. Stand.* **42**, 209—217 (1949). — [29] JUPE, J. H.: The electronic measurement and control of heat. *Electr. Engng.* **21**, 13—16 und 48—51 (1949). — [30] GORRILL, W. S.: Industrial high speed infrared pyrometer. *Electronics*, N. Y. **22**, 112—114 (1949). — [31] JAGERSBERGER, A.: Meßgenauigkeit der technischen Teilstrahlungs-pyrometer. *Bull. Schweiz. Elektrotechn. Verein* **40**, 179—186 (1949). — [32] CARLISLE, S. S., and G. ANDERTON: Temperature coefficient of sensitivity of lead sulphide photo-conductive cells at room temperature. *Nature*, Lond. **163**, 529—530 (1949). — [33] MOUZON, J. C., and C. A. DYER: Low temperature radiation pyrometry in industry. *J. opt. Soc. Amer.* **39**, 203—210 (1949). — [34] PERARD-KOESTERS: Die neueste Generalkonferenz für Maß und Gewicht. *ETZ* **70**, 259—263 (1949). — [35] BARBER, C. R., and E. C. PYAT: (Optisches Pyrometer mit Bildwandler.) *J. sci. Instrum.* **27**, 4—6 (1950). — [36] HOFFMANN, FR.: Die optische Temperaturskala und die Strahlungskonstanten. *Z. angew. Phys.* **2**, 88—95 (1950). — [37] EULER, J., u. R. LUDWIG: Zwei Nomogramme zum Gebrauch bei Messungen mit optischen Pyrometern. *Z. angew. Phys.* **2**, 362 (1950). — [38] EULER, J., u. W. SCHNEIDER: Über die mit Glühfadenpyrometern erreichbare Einstellgenauigkeit. *Z. angew. Phys.* (erscheint demnächst). — [39] EULER, J.: Über ein Pyrometer für sehr kleine Temperaturänderungen. *Z. angew. Phys.* (erscheint demnächst). — [40] LOWAN, A. N., and G. BLANCH: Tables of Planck's radiations and photon functions. *J. opt. Soc. Amer.* **30**, 70 und 269 (1940). — [41] MIDDLETON, W. E. K., and A. R. RAMSEY: Approximate measurement of color temperature with a barrier-layer-photocell. *Canad. J. Res.* **26**, 23—23 (1948). — [42] RUSSELL, H. W., C. F. LUCKS and L. G. TURNBULL: New two-colour optical pyrometer. *J. opt. Soc. Amer.* **30**, 248—250 (1940). — [43] BARRET, P.: Einfluß sphärischer Aberration und Beugung auf die Meßgenauigkeit bei der Methode der Linienumkehr. *C. R. Acad. Sci., Paris* **226**, 396—397 (1948). — [44] VAUGHAN H. STOTT: Means of increasing the light transmitted by a disappearing filament pyrometer of precision. *J. sci. Instrum.* **14**, 370—372 (1937). — [45] HARRISON, T. H.: The significance of Emittance in radiation pyrometry. *J. opt. Soc. Amer.* **35**, H. 11 (1945). — [46] HETT, J. H., and J. B. GILLSTEIN: *J. opt. Soc. Amer.* **39**, 909 (1949). — [47] MARSHALL, P. R., and D. K. MACKENZIE: *J. sci. Instrum.* **27**, 33 (1950). — [48] STOCKBARGER, DONALD C.: *J. opt. Soc. Amer.* **30**, 224—225 (1940). — [49] ACKLAND, R. G.: *Australian Inst. Metals: Australas. Eng. Sci. Sheet* 9—16 (1945). — [50] SMITH, H. J.: *Metal Industry* **67**, 395—397 (1945). — [51] LARSEN, B. M., and W. E. SHENK: *Amer. Inst. Min. Metall. Engng. Techn. Publ. Nr. 1830* (1945). — [52] HUNSINGER, W., u. H. W. GRÖNEGREGG: *Z. VDI* **92**, 285—290 (1950). — [53] GIOUANELLI, R. G., u. W. R. G. KEMP: The Use of Polarizer on the Disappearing Filament Optical Pyrometer. *J. sci. Instrum.* **27**, 69—71 (1950). — [54] ELLIOT-BROTHERS: Optical Pyrometer. *J. sci. Instrum.* **27**, 108 (1950).

Herrn Prof. CARIO danke ich für die liebenswürdige Durchsicht des Manuskriptes.

Dr. JOACHIM EULER, Braunschweig,
Physikalisches Institut der Techn. Hochschule.

Verzeichnis der Originalarbeiten und zusammenfassenden Berichte, geordnet nach Sachgebieten.

1. Mechanik.

Allgemeines.

- GOTTWALD, F., u. R. VIEWEG, Berechnungen und Modellversuche an Wasser- und Luftlagern. 437.
HELMBOLD, H. B., Zur Entstehung eines freien Verdichtungsstoßes in der stationären ebenen Unterschallströmung. 9.

Akustik, Ultraschall.

- BOLZ, GÜNTHER, Theoretische und experimentelle Untersuchungen der Schwingungen und des Strahlungswiderstandes eines Ultraschallquarzes. 119.
GIERKE, HENNING V., Über Schneidentöne an kreisrunden Gasstrahlen und ebenen Lamellen. 97.
GÜTTNER, WERNER, Kristallhörer für tragfähige Hörhilfen. 33.
— Elektromagnetische Kleinhörer für tragfähige Hörhilfen. 76.
— Kristallmikrophon für Wasserschall. 206.
KALUSCHE, HEINRICH, Eine Lautsprecheranordnung mit einseitiger Richtwirkung. 400.
KRAUSE, RUDOLF, Über die Ausmessung von Ultraschallfeldern in Flüssigkeiten. 370.
ROHLOFF, E., Der Klangcharakter altitalienischer Meistergeigen. 145.
RUST, HANS HEINRICH, Über die Erzeugung von Ultraschall durch Elektrostriktion. 293.
— Die elektroakustische Wandlung mittels Magnetostraktion unter besonderer Berücksichtigung der Strahlung von technischen Transformatoren. 487.

2. Wärme.

Messung von Zustandsgrößen.

- LEO, W., u. W. HÜBNER, Zur Strahlungsmessung mittels Thermoelementen und hochempfindlicher Photozellenkompensation. 454.
SCHALL, RUDI, Die Zustandsgleichung des Wassers bei hohen Drucken nach Röntgenblitzaufnahmen intensiver Stoßwellen. 252.

Wärmeleitung, Diffusion, innere Reibung.

- LINDE, HERMANN, Über das Ausfrieren von Dämpfen aus Gasdampfgemischen bei atmosphärischem Druck. 49.
SCHMEISSNER, F., u. W. MEISSNER, Die Wärmeleitfähigkeit von Chroman B2Mo bei tiefen Temperaturen. 423.
SCHUBERT, GERHARD U., Über eine in der Theorie der elektrischen Schmelzsicherungen auftretende Lösung der Wärmeleitungsgleichung. 174.

3. Elektrizität und Magnetismus.

Allgemeines.

- KREBS, K., Über die Pendelvervielfachung von Sekundärelektronen in hochfrequenten Feldern. 400.
SCHUBERT, GERHARD U., Über eine in der Theorie der elektrischen Schmelzsicherungen auftretende Lösung der Wärmeleitungsgleichung. 174.
WINTERGERST, ERICH, Über die Schmelzzeit von Schmelzsicherungen. 167.

Elektromagnetische Wellen.

- ECKART, GOTTFRIED, Über Ortskurven des Reflexionsfaktors bei der Reflexion elektromagnetischer Wellen an einer Unstetigkeit nullter und erster Ordnung der Dielektrizitätskonstanten. 334.
GRÜN, ARTUR, Die Ausbreitung sehr kurzer elektrischer Wellen. 294.
MEINKE, H. H., Das Verhalten elektromagnetischer Wellen in stark inhomogenen Leitungsbaulementen. 473.
POEVERLEIN, H., Strahlwege von Radiowellen in der Ionosphäre. Dritte Mitteilung: Bilder theoretisch ermittelter Strahlwege. 152.
SCHUMANN, W. O., Über elektrische Wellen in bewegten Plasmen. 393.
SEVERIN, HANS, Beugung elektromagnetischer Zentimeterwellen an metallischen Kreisscheiben. 499.

Elektrische Schwingungserzeugung.

- BORGNIS, FRITZ, Über eine einfache Näherungsformel zur Bestimmung der Resonanzfrequenz beim Hohlraummagneton. 278.
GEBAUER, RUDOLF, Über die Erzeugung von elektromagnetischen Schwingungen in Triftröhren mit hohem Wirkungsgrad. 415.
— u. H. KOSMAHL, Über den Grenzwirkungsgrad der Schwingungserzeugung durch geschwindigkeitsmodulierte Elektronenstrahlen in Triftröhren mit endlichen Feldlängen. 478.

Dielektrika.

- KORNETZKI, MAX, Eine Beziehung zwischen Dielektrizitätskonstante und Verlustwinkel ferroelektrischer Stoffe. 446.

Gasentladungen.

- FETZ, HANS, u. ALBERT HAUG, Zur Frage des gesteuerten Quecksilberniederdruckbogens und seiner Stromspannungs-Charakteristik. 150.
FÜNFER, EWALD, u. HUGO NEUERT, Über das Verhalten von Zählrohren mit reiner Dampffüllung im Auslöse- und Proportionalbereich. 241.
HAUG, ALBERT, Resonanzerscheinungen im gesteuerten Quecksilberniederdruckbogen bei ultrakurzen Wellen. 323.
KNOOP, ERNST, u. WERNER KROEBEL, Zündvorgang und Entladungsverlauf in Gastrioden. 281.
WENZL, F., Plasma und LANGMUIR-Schicht. Zur Theorie elektrischer Sonden in Gasentladungen. 59.

Kontakte.

- DIETRICH, ISOLDE, PELTIER-Effekt an einmetallischen Kontakten. 128.
KAPPLER, EUGEN, EDUARD RÜCHARD u. RUDOLF SCHÄFER, Kontaktwiderstand in Abhängigkeit von der Kontaktlast. 313.

Magnetismus.

- FELDTKELLER u. HETTICH, Die Frequenz der magnetischen Nachwirkungen bei Massekernen. 494.
WURM, MAX, Beiträge zur Theorie und Praxis des Feldstärkedifferenzmessers für magnetische Felder nach FÖRSTER. 210.

Elektrische Meßtechnik und Instrumente.

- CLAUSSNITZER, WALTER, u. HEINZ HEUMANN, Ausmessung elektrischer Felder mit Hilfe von halbleitenden Schichten. 443.
EULER, JOACHIM, Meßbereichänderungen an Quotientenmessern durch äußere Schaltmaßnahmen. 117.
GAST, THEODOR, Entwicklungslinien bei Brückenarrangements für dielektrische Messungen. 41. (Bericht.)
GAUGER, RICHARD, Zum Problem der verzerrungsfreien Verstärkung von Gleichstromimpulsen mit einem Wechselstromverstärker. 179.
HAUG, ALBERT, Ein Resonanzverfahren zur Messung der Impedanz bei ultrakurzen Wellen. 330.
HOFFMANN, ARNULF, Eine oszillographische Methode zur Untersuchung von Trockengleichrichter-Randschichten. 353.
JELLINGHAUS, WERNER, Ein Gleichspannungsverstärker als Kraftverstärker und Temperaturregler. 254.
LAUTERJUNG, K. H., Über Stromintegratoren für Zählrohrgeräte. 433.
LEO, W., u. W. HÜBNER, Zur Strahlungsmessung mittels Thermoelementen und hochempfindlicher Photozellenkompensation. 454.
RUST, HANS HEINRICH, u. HELMUT ENDESFELDER, Verfahren zur Messung kleiner Gleichspannungen. 39.
— Die annähernd verlustlose Messung von Gleichspannungen durch Umformen in Wechselspannungen. 290.
SCHMIDT, HUBERT MARTIN, Zum Problem der eindeutigen Frequenzmessung durch Vergleich mit festen Normalfrequenzen. 219.
UNTERMANN, GUSTAV, Messung der elektrischen und magnetischen Konstanten von Halbleitern bei Ultra-Hochfrequenz in der konzentrischen Meßleitung. 233.

Elektronenmikroskopie.

HILLIER, J., u. E. G. RAMBERG, Kontrasterhöhung in der Elektronenmikroskopie. 273.
KINDER, E., u. F. SCHLEICH, Ein Netzanschlußgerät zur Erzeugung hochkonstanter Magnetisierungsströme für Elektronenlinsen. 332.
LENZ, FRIEDRICH, Berechnung optischer Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen vom erweiterten Glockenfeldtyp. 337.
— Berechnung optischer Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen aus Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. 448.
STEIGERWALD, KARL HEINZ, Die Ionenemission der Glühkathode. 491.

Röntgentechnik.

FÜNFER, EWALD, Zur Wirkungsweise von Röntgenblitzrohren. 25.
GLOCKER, R., Röntgenstrahlenschutz. 266. (Bericht.)
SCHALL, RUDI, Feinstrukturaufnahmen in ultrakurzen Zeiten mit dem Röntgenblitzrohr. 83.

Halbleiter.

HOFFMANN, ARNULF, Eine oszillographische Methode zur Untersuchung von Trockengleichrichter-Randschichten. 353.
TREY, F., Unipolarität und Entspannung. 367.
UNTERMANN, GUSTAV, Messung der elektrischen und magnetischen Konstanten von Halbleitern bei Ultra-Hochfrequenz in der konzentrischen Meßleitung. 233.

Massenspektrometrie.

BECKER, E. W., E. DÖRNENBURG u. W. WALCHER, Ein Massenspektrometer zur Bestimmung von Isotopenmischungsverhältnissen. 261.

4. Optik.

Emission von Licht.

MAURER EDUARD, u. HEINRICH KOLZ, Die CERENKOV-Strahlung. 223. (Bericht.)

Reflexion, Interferenz, Beugung, Streuung.

KRUIS, AUGUST, u. OTTO MACEK, Zur Messung des Streulichts von Photo-Objektiven. 106.
MACEK, OTTO, u. AUGUST KRUIS, Falschlichtkennlinien von Photoobjektiven. 359.

Pyrometrie, Photometrie.

EULER, J., u. A. FIEBIGER, Über das Flickern der Bogenlichtkohlen. 8.
— Zur Temperatur des positiven Kraters beim Homogenkohle-Hochstrombogen. 115.
— u. R. LUDWIG, Zwei Nomogramme zum Gebrauch bei Messungen mit optischen Pyrometern. 362.
— Fortschritte auf dem Gebiet der optischen Pyrometrie in den Jahren 1940 bis 1950. 505. (Bericht.)
HOFFMANN, FR., Die optische Temperaturskala und die Strahlungskonstanten. 88. (Bericht.)
RÖSSLER, FRITZ, Optische Bestimmung der wahren Temperatur von leuchtenden Flammen. 161.

5. Aufbau der Materie.

Elementarteilchen, Korpuskularstrahlung.

BAGGE, ERICH, Über den Ursprung der kosmischen Strahlung. 462. (Bericht.)
FÜNFER, EWALD, u. HUGO NEUERT, Über das Verhalten von Zählrohren mit reiner Dampffüllung im Auslöse- und Proportionalbereich. 241.
LAUTERJUNG, K. H., Über Stromintegratoren für Zählrohrgeräte. 433.
TROST, ADOLF, Eine neue Zählrohr-Betriebsweise mit hohem Auflösungsvermögen. 286.

Molekülbau (RAMAN-Spektroskopie).

GOUBEAU, JOSEF, Strukturbestimmung von Molekeln mit Hilfe des RAMAN-Effektes. 343. (Bericht.)

Struktur des festen Körpers.

WÜRSTLIN, FRANZ, Physikalische Feinstruktur von linearen Makromolekülen. 131. (Bericht.)

Oberflächen.

BOETTCHER, A., Über Herstellung und Aufbau aufgedampfter, dünner AlAg- und AlMg-Schichten. 193.
— Über die Oxydation aufgedampfter AlMg- und AlAg-Legierungen im Vakuum. 249.
— Über das lichtoptische Reflexionsvermögen aufgedampfter AlAg- und AlMg-Legierungen. 340.
NEUERT, H., u. H. HÄNSEL, Untersuchung von Oxydations- und Korrosionsvorgängen auf Metalloberflächen mit Hilfe der Messung der Voltaspannung. 319.
WILSDORF, HEINZ, Über das Wachstum elektrolytisch erzeugter poriger Aluminiumoxydschichten. 17.

6. Astrophysik.

GROTRIAN, W., Über den derzeitigen Stand der Deutung des Sonnenfleckephänomens. 376. (Bericht.)

7. Technische Sonderfragen.

BAS-TAYMAZ, ENIS, Über die Lebensdauer einer glühenden Wolframwendel und die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs im Hochvakuum. 374.
GAST, THEODOR, Grundzüge der Staubbemessung. 301. (Bericht.)
GLUBRECHT, HELLMUT, Elektrisches Rechengerät für Gleichungen höheren Grades. 1.
HAASE, G., Die Getterwirkung dünner Bariumfilme bei tiefen Drucken. 188.
LEHRER, ERWIN, u. EDGAR EBBINGHAUS, Ein Apparat zur Sauerstoffmessung in Gasgemischen auf magnetischer Grundlage. 20.
SENFTLEBEN, HERMANN, u. HEINZ GLADISCH, Analyse von Gasen durch Elektrostriktion. 204.
VIEWEG, RICHARD, Kunststoffe im physikalischen Laboratorium. 424. (Bericht.)

Autorenverzeichnis.

(A) bedeutet Originalarbeit, (Ber) zusammenfassender Bericht.

Bagge, E. 462 (Ber).	Gladisch, H. 204 (A).	Kolz, H. 223 (Ber).	Rust, H. H. 39, 290, 293, 487 (A).
Bas-Taymaz, E. 374 (A).	Glocker, R. 266 (Ber).	Kornetzki, M. 446 (A).	Schall, R. 83, 252 (A).
Becker, E. W. 261 (A).	Glubrecht, H. 1 (A).	Kosmahl, H. 478 (A).	Schläfer, R. 313 (A).
Boettcher, A. 193, 294, 340 (A).	Gottwald, F. 437 (A).	Krause, R. 370 (A).	Schleich, F. 332 (A).
Bolz, G. 119 (A).	Goubeau, J. 343 (Ber).	Krebs, K. 400 (A).	Schmeissner, F. 423 (A).
Borgnis, F. 278 (A).	Grotrian, W. 376 (Ber).	Kroebe, W. 281 (A).	Schmidt, H. M. 219 (A).
Claussnitzer, W. 443 (A).	Grün, A. 294 (A).	Kruis, A. 106, 359 (A).	Schubert, G. U. 174 (A).
Dietrich, I. 128 (A).	Güttner, W. 33, 76, 206 (A).	Lauterjung, K. H. 432 (A).	Schuhmann, W. O. 393 (A).
Dörnenburg, E. 261 (A).	Haase, G. 188 (A).	Lehrer, E. 20 (A).	Senftleben, H. 204 (A).
Ebbinghaus, E. 20 (A).	Hänsel, H. 319 (A).	Lenz, F. 337, 448 (A).	Severin, H. 479 (A).
Eckart, G. 334 (A).	Haug, A. 150, 323, 330 (A).	Leo, W. 454 (A).	Steigerwald, K. H. 491 (A).
Endesfelder, H. 39 (A).	Helmbold, H. B. 9 (A).	Linde, H. 49 (A).	Trey, F. 367 (A).
Euler, J. 8, 115, 117, 362 (A).	Hettich (A).	Ludwig, R. 362 (A).	Trost, A. 286 (A).
(Ber).	Heumann, H. 443 (A).	Macek, O. 106, 359 (A).	Untermann, G. 233 (A).
Feldtkeller, R. 494 (A).	Hillier, J. 273 (A).	Maurer, E. 223 (Ber).	Vieweg, R. 424 (Ber), 437 (A).
Fetz, H. 150 (A).	Hoffmann, Fr. 88 (Ber), 353 (A).	Meinke, H. H. 473 (A).	
Fiebig, A. 8 (A).	Hübner, W. 454 (A).	Meissner, W. 423 (A).	
Fünfer, E. 25, 241 (A).	Jellinghaus, W. 254 (A).	Neuert, H. 241, 319 (A).	Walcher, W. 261 (A).
Gast, Th. 41, 301 (Ber.).	Kalusche, H. 411 (A).	Poevertlein, H. 152 (A).	Wenzl, F. 59 (A).
Gauger, R. 179 (A).	Kappler, E. 313 (A).	Ramberg, E. G. 273 (A).	Wilsdorf, H. 17 (A).
Gebauer, R. 415, 478 (A).	Kinder, E. 332 (A).	Rössler, F. 161 (A).	Wintergerst, E. 167 (A).
Gierke, H. 97 (A).	Knoop, E. 281 (A).	Rohloff, E. 145 (A).	Würstlin, Fr. 131 (Ber).
		Rüchardt, E. 313 (A).	Wurm, M. 210 (A).

Verzeichnis der Buchbesprechungen.

(Die Namen der Referenten sind in Klammern gesetzt).

- ANGERER, E. v., Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen (*W. Buckel*). S. 232.
- d'ANS, J., u. E. LAX, Taschenbuch für Chemiker und Physiker (*W. Meißner*). S. 272.
- BANDOW, F., Lumineszenz, Ergebnisse und Anwendungen in Physik, Chemie und Biologie (*P. Brauer*). S. 392.
- BECKER, R., Vorstufe zur Theoretischen Physik (*Joos*). S. 351 — Theorie der Elektrizität (*G. U. Schubert*). S. 432.
- BECKER, W., Sterne und Sternsysteme (*Joos*). S. 351.
- BERGER, R., Einführung in das optische Rechnen und Zeichnen (*H. Hartinger*). S. 390.
- BERGMANN, L., u. CL. SCHÄFER, Lehrbuch der Experimentalphysik (*Georg Joos*). S. 309.
- BLAMBERG, E., Elektrische Meßgeräte (*W. Oehrl*). S. 272.
- BRIEGLEB, G., TH. FÖRSTER, H. FRIEDRICH-FREKSA, P. JORDAN, G. KORTÜM, A. MÜNSTER, G. SCHEIBE u. K. WIRTZ, Zwischenmolekulare Kräfte (*F. Seel*). S. 144.
- Deutsche Akademie der Wissenschaften, Erinnerungsschrift der, MAX PLANCK in seinen Akademie-Ansprachen (*W. Meißner*). S. 310.
- ECK, B., Technische Strömungslehre (*H. St. Stefaniak*). S. 144.
- ECKERT, E., Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch (*Hausen*). S. 431.
- EHRINGHAUS, A., Das Mikroskop (*F. Asselmeyer*). S. 144.
- EMDE, F., Quirlende elektrische Felder (*W. O. Schumann*). S. 350.
- FALKENHAGEN, H., Statistik und Quantentheorie (*G. Hettner*). S. 432.
- Optik (*G. Hettner*). S. 472.
- FINKELNBURG, W., Hochstromkohlebogen (*Günther Cario*). S. 310.
- FISCHER, J., Abriß der Dauermagnetkunde (*E. Flegler*). S. 310.
- FRITSCH, V., Grundzüge der angewandten Geoelektrik (*H. Reich*). S. 432.
- FRÖHLICH, H., Theory of Dielectrics (*H. H. Klinger*). S. 192.
- GLOCKER, R., Materialprüfung mit Röntgenstrahlen (*Artur Kohaut*). S. 230.
- GEBAUER, R., u. C. KLEESATTEL, Über die Schwingungserzeugung durch geschwindigkeitsmodulierte Elektronenstrahlen in Triftröhren mit endlichen Feldstrecken (*Mann*). S. 96.
- GOMBAS, P., Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen (*Jensen*). S. 272.
- HILBERT, D., u. W. ACKERMANN, Grundzüge der theoretischen Logik, die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen (*Kratzer*). S. 309.
- HOLM, R., Electric Contacts (*W. Meißner*). S. 230.
- HUND, F., Einführung in die theoretische Physik, Bd. 4: Theorie der Wärme (*G. U. Schubert*). S. 431.
- KADEN, H., Die elektromagnetische Schirmung in der Fernmelde- und Hochfrequenztechnik (*H. Meinke*). S. 352.
- KAUFMANN, W., Einführung in die technische Mechanik (*G. U. Schubert*). S. 230.
- KLAPPAUF, G., Einführung in die Farbenlehre (*Walter Franz*). S. 312.
- KOPPE, H., Die Grundlagen der statistischen Mechanik (*G. U. Schubert*). S. 472.
- KOPPELMANN, F., Die Meßtechnik des mechanischen Präzisions-Gleichrichters (Vektormesser) (*Franz Moeller*). S. 311.
- KRIEGER, H., Radiotechnisches Wörterbuch (*H. Meinke*). S. 192.
- KULP, M., Elektronenröhren (*H. Meinke*). S. 143.
- LACMANN, O., Die Photogrammetrie in ihrer Anwendung auf nichttopographischen Gebieten (*R. Finsterwalder*). S. 352.
- LAUE, M. v., Theorie der Supraleitung (*G. U. Schubert*). S. 192.
- Geschichte der Physik (*W. Meißner*). S. 431.
- LUCKEY, P., Nomographie (*O. Baier*). S. 231.
- MEYER ZUR CAPELLEN, W., Integraltafeln, Sammlung unbestimmter Integrale elementarer Funktionen (*G. U. Schubert*). S. 472.
- MEYER-EPPLER, W., Elektrische Klangerzeugung (*F. Trendelenburg*). S. 308.
- MICHEL, K., Die Grundlagen der Theorie des Mikroskops (*Joos*). S. 352.
- MOELLER, W., Die BRAUNsche Röhre (*J. Zenneck*). S. 229.
- MOELLER, F., Elektrotechnisches Praktikum (*E. Flegler*). S. 272.
- Abriß der allgemeinen elektrischen Meßtechnik (*W. Oehrl*). S. 310.
- OBERHETTINGER, F., u. W. MAGNUS, Anwendung der elliptischen Funktionen in Physik und Technik (*Buchholz*). S. 96.
- PFEIFFER, H. H., Das Polarisationsmikroskop als Meßinstrument in Biologie und Medizin (*Joos*). S. 351.
- PLANK, R., u. J. KUPRIANOFF, Die Kleinkältemaschine (*H. Hausen*). S. 48.
- PUNGS, L., Grundzüge der Hochfrequenztechnik (*H. Meinke*). S. 48.
- RÄNTSCH, K., Die Optik in der Feinmeßtechnik (*Artur Kohaut*). S. 96.
- RAMSAUER, C., Physik — Technik — Pädagogik (*H. Scharadin*). S. 231.
- RATHEISER, L., Rundfunk-Röhren, Eigenschaften und Anwendung (*H. Meinke*). S. 191.
- RENGIER, H., Drehstrommotoren mit Sonderkäfigläufern (*Seiz*). S. 192.
- RICHTER, Kurzes Lehrbuch der elektrischen Maschinen (*W. Seiz*). S. 232.
- RICHTER, H., Leitfaden der technischen Wärmelehre (*Nusselt*). S. 352.
- ROTHE, R., Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker, Ingenieure (*Heinhold*). S. 230.
- Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker, Ingenieure (*J. Heinhold*). S. 191.
- Formelsammlung zur Höheren Mathematik (*J. Heinhold*). S. 311.
- Sammlung, Die Wissenschaft, Das Molekül und der Aufbau der Materie (*G. Joos*). S. 232.
- SCHMIDT, E., Technische Thermodynamik (*Nusselt*). S. 352.
- SCHULER, M., Mechanische Schwingungslehre (*Erich Wintergerst*). S. 192.
- TIETZE, H., Gelöste und ungelöste mathematische Probleme aus alter und neuer Zeit (*Wenzl*). S. 391.
- TOEPLITZ, O., Die Entwicklung der Infinitesimalrechnung, eine Einleitung in die Infinitesimalrechnung nach der genetischen Methode (*J. Lense*). S. 350.
- VEGA-BREMKE, Logarithmisch trigonometrisches Handbuch (*G. U. Schubert*). S. 472.
- Veröffentlichungen der Thüringischen Historischen Kommission, Bd. II, Der Briefwechsel zwischen OTTO SCHOTT und ERNST ABBE über das Optische Glas (1879—1881) (*N. Günther*). S. 391.
- WEISE, E., Technische Halbleiterwiderstände (*E. Mollwo*). S. 192.
- WEIZEL, W., Lehrbuch der theoretischen Physik, 1. Band, Physik der Vorgänge (*Fues*). S. 309.
- WESTPHAL, W., Physik (*Gentner*). S. 391.